Агентство образования администрации Красноярского края
Красноярский государственный университет
Заочная естественно-научная школа при КрасГУ

ФИЗИКА
Законы сохранения энергии и импульса

Модуль № 5 для 9 класса
Учебно-методическая часть

Красноярск 2006

Физика: Модуль № 5 для 9 класса. Учебно-методическая часть. / Сост: В.К. Баранова, канд. физ. – мат. наук, доцент кафедры общей физики; КрасГУ. – Красноярск, 2006 — 21 с.

ISBN 5-7638-0698-0

Печатается по решению Дирекции
Краевого государственного учреждения дополнительного образования
Заочная естественно-научная школа
при Красноярском государственном университете

ISBN 5-7638-0698-0

Программа модуля

Законы сохранения энергии и импульса

1. Понятие замкнутой физической системы. Законы сохранения в физике.
2. Импульс тела, второй закон Ньютона и сохранение импульса физической системы тел. Следствия закона сохранения импульса.
3. Работа внешней по отношению к системе тел силы. Связь кинетической энергии и работы. Графическое изображение работы. Единицы работы.
4. Мощность как скорость совершения работы над системой тел. Понятие мгновенной и средней мощностей. Единицы мощности.
5. Понятие консервативных сил. Связь наличия консервативных сил и введения потенциальной энергии. Связь работы в поле консервативных сил с разностью потенциальных энергий. Силы тяжести и упругие силы как пример потенциальных (консервативных) сил.
6. Понятие полной механической энергии как суммы потенциальной и кинетической энергий. Закон сохранения механической энергии.
7. Упругие и неупругие соударения между телами. Особенности выполнения законов сохранения при упругих и неупругих столкновениях тел.

Примеры решения задач. Контрольные вопросы, задачи и тесты

Введение

Вы получили заключительное задание по механике за девятый класс. Посвящено оно очень важной и, как показывает Опыт проведения экзаменов, трудной теме. "Законы сохранения энергии и импульса". Во всех наших заданиях мы придерживаемся традиционной для школьных учебников хронологии изложения и надеемся, что вопросы, рассматриваемые ниже, вы обязательно сначала повторите по учебнику, внимательно прочитаете теорию в этом задании, и только после этого приступите к его выполнению.

Существуют несколько основных законов природы, имеющих строгую математическую форму законов сохранения. Закон сохранения гласит, что *в замкнутой системе некая физическая величина* (например, полный импульс, механическая энергия или момент импульса) *всегда остается постоянной.* Под замкнутой системой понимают такую систему частиц, которая не подвергается никаким внешним воздействиям, то есть внешних сил нет (или их результирующая равна нулю), а есть только внутренние силы. Внутренние силы могут иметь любую природу, при этом все они принадлежат данной системе.

Система может состоять из различного числа материальных точек. Напомним, что практически всегда, когда тело движется поступательно, не вращаясь, его можно считать материальной точкой, независимо от размеров, формы тела и пройденного пути.

1. Закон сохранения импульса

Напомним, что импульсом материальной точки P называют векторную величину, равную произведению ее массы m на скорость v:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{v}\,. \qquad (1)$$

Импульсом системы материальных точек $\vec{P}_c$ называют векторную сумму всех импульсов материальных точек, входящих в систему, то есть для системы из i материальных точек полный импульс равен

$$\vec{P}_c = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \ldots + \vec{P}_i \qquad (2)$$

Дадим теперь несколько иную формулировку II закона Ньютона. *Если в* *некоторой инерциальной системе отсчета на материальную точку действует сила $\vec{F}$, которая является результирующей всех действующих на нее сил, в течение промежутка времени Δt, то ее движение описывается уравнением:*

$$\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}=\vec{F}\,, \tag{3}$$

где $\Delta\vec{P}$— изменение импульса материальной точки за время Δt. Соотношение (3) можно переписать и так

$$\vec{F}\cdot\Delta t=\Delta\vec{P} \tag{4}$$

Величина $\vec{F}\cdot\Delta t$ называется импульсом силы. Таким образом, мы получили, что *изменение импульса материальной точки определяется импульсом силы.* В таком виде II закон Ньютона удобно использовать тогда, когда известна скорость тела до взаимодействия, и необходимо вычислить его скорость после взаимодействия. Из равенства (3) следует и равенство соответствующих проекций $F_x\Delta t$ и P_x на произвольное направление OX. Изменение импульса материальной точки будет равно нулю $\Delta\vec{P}=0$, если результирующая сил, действующих на нее, равна нулю, то есть ее импульс в атом случае сохраняется

$$\vec{P}=m\cdot\vec{v}=const\,. \tag{5}$$

Соотношение (5) показывает, что при постоянной массе скорость v остается постоянной.

Если сила, действующая на материальную точку, меняется с течением времени, то более правильно записать уравнение движения (3) в виде

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}=\vec{F}\,, \tag{6}$$

для очень маленького промежутка времени Δt, где сила $\vec{F}$ может считаться постоянной, так как просто не успевает измениться.

Рассмотрим теперь систему материальных точек, взаимодействующих друг с другом и внешними телами. Для простоты ограничимся системой трех материальных точек (их количество никакой роли не играет). Пусть $\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3$

— внешние силы, действующие соответственно на первую, вторую и третью материальные точки. Кроме того, на каждую материальную точку со стороны других точек, включенных в систему, действуют силы (внутренние силы). Обозначим их так: $\vec{F}_{12}$— сила, действующая на первую точку со стороны второй, $\vec{F}_{13}$ — сила, действующая на первую точку со стороны третьей. Аналогично определим $\vec{F}_{21}$ (на вторую со стороны первой), $\vec{F}_{23}$, $\vec{F}_{31}$, $\vec{F}_{32}$.

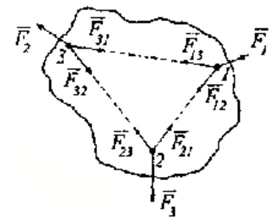

Рис. 1.

Для описания движения системы этих материальных точек, прежде всего надо знать движение каждой точки системы. Запишем уравнения движения каждой точки в отдельности, учитывая, что под силой $\vec{F}$ в (4) подразумевается результирующая $\vec{F}_p$ всех действующих сил

$$\begin{aligned}&\vec{F}_{p_1}\Delta t=(\vec{F}_1+\vec{F}_{12}+\vec{F}_{13})\Delta t=\Delta\vec{P}_1;\\&\vec{F}_{p_2}\Delta t=(\vec{F}_2+\vec{F}_{21}+\vec{F}_{23})\Delta t=\Delta\vec{P}_2\\&\vec{F}_{p_3}\Delta t=(\vec{F}_3+\vec{F}_{31}+\vec{F}_{32})\Delta t=\Delta\vec{P}_3\end{aligned} \tag{7}$$

Складывая левые и правые части уравнений (7), получим:

$$(\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\vec{F}_{12}+\vec{F}_{13}+\vec{F}_{21}+\vec{F}_{23}+\vec{F}_{31}+\vec{F}_{32})\Delta t=\Delta\vec{P}_1+\Delta\vec{P}_2+\Delta\vec{P}_3 \tag{8}$$

В соответствии с 3-им законом Ньютона: $\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}$, $\vec{F}_{13}=-\vec{F}_{31}$, $\vec{F}_{23}=-\vec{F}_{32}$ следовательно, сумма внутренних сил равна нулю, и слева в уравнении остается только сумма внешних сил. Учитывая, что $\Delta\vec{P}_1=\vec{P}_{1K}-\vec{P}_{1H}$, $\Delta\vec{P}_2=\vec{P}_{2K}-\vec{P}_{2H}$, $\Delta\vec{P}_3=\vec{P}_{3K}-\vec{P}_{3H}$, где $\vec{P}_{iK}$ — конечный импульс i-ой материальной точки, а $\vec{P}_{iH}$ — ее начальный импульс. Уравнение (8) перепишется как

$$(\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3)\Delta t=\vec{F}_{внеш}\Delta t=\Delta\vec{P} \tag{9}$$

где $\vec{F}_{внеш}$ - результирующая внешняя сила, действующая на систему, а

$$\Delta\vec{P} = (\vec{P}_{1K} + \vec{P}_{2K} + \vec{P}_{3K}) - (\vec{P}_{1H} + \vec{P}_{2H} + \vec{P}_{3H}) = \vec{P}_K + \vec{P}_H, \quad (11)$$

$\vec{P}_H$, $\vec{P}_K$ — импульсы всей системы материальных точек в начальный и конечный моменты времени соответственно; $\Delta\vec{P}$ — изменение импульса системы материальных точек за время Δt в целом.

Таким образом, мы получили, что изменение импульса системы материальных точек равно импульсу результирующей силы, действующей на эту системы извне. Внутренние силы, какой бы природы они не были (силы $\vec{F}_{12}$, $\vec{F}_{31}$ и так далее), импульс системы изменить не могут, что и отражено в уравнении (9), в которое эти силы просто не входят.

Или иначе, импульс $\vec{P}$ системы материальных точек сохраняется, то есть $\Delta\vec{P} = 0$, при любых взаимодействиях внутри системы, если импульс результирующей внешних сил $\vec{F}\cdot\Delta t$ равен нулю. Можно сказать и короче: импульс замкнутой системы материальных точек постоянен.

В незамкнутых системах в некоторых случаях тоже можно использовать закон сохранения импульса. Перечислим эти случаи.

1. Внешние силы действуют, но их результирующая равна нулю.
2. Проекция внешних сил на какое-то направление равна нулю, следовательно, проекция импульса на это направление сохраняется, хотя сам вектор импульса не остается постоянным.
3. Внешние силы много меньше внутренних, а само взаимодействие протекает достаточно быстро.

Подчеркнем, что закон сохранения импульса имеет векторный характер. Часто про это просто забывают.

Пример 1. Лодка массы M и длины L плавает в озере. Человек массы m переходит с кормы лодки на нос со скоростью v относительно лодки. С какой скоростью будет двигаться лодка? На какое расстояние сместится лодка за время движения человека? В начальный момент времени лодка и человек в ней покоились.

Решение. За положительное направление оси *OX* выберем направление

движения человека. В этом направлении никаких внешних сил не действует, поэтому импульс системы в этом направлении должен сохраняться. В начальный момент времени лодка покоилась, значит и в любой другой момент времени полный импульс системы лодка-человек должен быть равен нулю. Запишем это

$$m\cdot\vec{v}_1 + M\cdot\vec{u} = 0, \quad (11)$$

где $\vec{v}_1$ — скорость человека относительно неподвижной воды, $\vec{v}_1 = \vec{v} + \vec{u}$, v — скорость человека относительно лодки, u — скорость лодки относительно воды. Спроецируем (11) (запишем в виде проекций) на выбранное направление оси *OX:*

$$mv - mu - Mu = 0. \quad (12)$$

Отсюда

$$u = \frac{m}{m+M}v. \quad (13)$$

Человек движется по лодке в течение времени

$$t = \frac{L}{v}, \quad (14)$$

за которое лодка сместится на расстояние

$$S = u\cdot t = \frac{mL}{m+M}. \quad (15)$$

Следующий пример показывает, как используется при решении задач векторный характер закона сохранения импульса.

Пример 2. После упругого столкновения два одинаковых шарика движутся с одинаковыми скоростями $v_1 = v_2 = 10$ м/с во взаимно перпендикулярных направлениях (угол $\alpha = 90°$). До столкновения второй шар покоился. Какой угол β составляет траектория движения второго шарика с траекторией, по которой двигался первый до взаимодействия? Чему равна скорость первого шарика до удара?

Решение.

Рисунки 2 и 3 наглядно демонстрируют решение задачи. Закон сохранения импульса позволяет записать

$$m\vec{v} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 \tag{16}$$

Так как скорости шариков после взаимодействия равны, то длины векторов (массы тоже одинаковы) $\vec{P}_1 = m\vec{v}_1$ и $\vec{P}_2 = m\vec{v}_2$ на рис.3 одинаковы. Векторное равенство (16) позволяет сделать вывод, что полный импульс шариков после удара равен геометрической сумме импульсов каждого из шариков в отдельности. Таким образом, полный импульс системы после удара, изображаемый вектором $\overrightarrow{OC}$, должен быть равен вектору $\overrightarrow{OD}$, который изображает импульс первого шарика до удара (импульс второго был равен нулю). Из геометрии рис.3 видно, что отрезок *OC* является диагональю квадрата *OACB*.

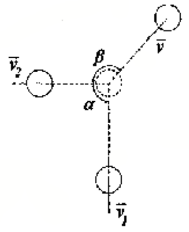

Рис 2.

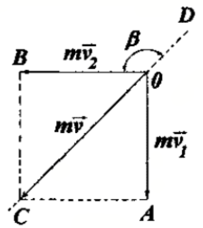

Рис. 3.

Следовательно, до удара первый шарик двигался по направлению, совпадающему с диагональю этого квадрата. Известно, что диагональ делит угол α пополам. Поэтому искомый угол β будет

$$\beta = \pi - \frac{\alpha}{2} = 135^o. \tag{17}$$

Легко найти и длину этой диагонали из треугольников ΔOAC или ΔOCB.

$$mv = \sqrt{(mv_1)^2 + (mv_2)^2} = \sqrt{2}mv_1 \tag{18}$$

Отсюда для v получим

$$v = \sqrt{2}v_1 \approx 14 м/c. \tag{19}$$

2. Связь кинетической энергии и работы

Для начала рассмотрим такой идеализированный пример: тело, массой *M* свободно "парит" в космическом пространстве. В некоторый момент

времени на него начинает действовать постоянная сила $\vec{F}$. Согласно второму закону Ньютона, тело начнет двигаться с ускорением

$$\vec{a} = \frac{1}{M}\vec{F}. \tag{20}$$

Вам хорошо известно соотношение, устанавливающее связь скорости, пройденного пути *S* и ускорения (при *a* — *const),* которое позволяет переписать уравнение (20) так:

$$v^2 = 2aS = 2\left(\frac{F}{M}\right)S. \tag{21}$$

Или иначе

$$\frac{1}{2}Mv^2 = FS \tag{22}$$

Если тело имело начальную скорость v_0, соотношение (21) запишется как

$$v_K^2 - v_0^2 = 2aS = 2\frac{F}{M}S, \tag{23}$$

и, соответственно, преобразуя его, получим:

$$\frac{1}{2}Mv_K^2 - \frac{1}{2}Mv_0^2 = F \cdot S. \tag{24}$$

Полученный результат интерпретируется так: *работа внешней силы, произведенная над телом, проявляется в виде изменения его кинетической энергии.* Возвращаясь опять к векторной записи, и вспоминая определение работы *A:*

$$A = \vec{F} \cdot \vec{S} = \left|\vec{F}\right| \cdot \left|\vec{S}\right| \cdot \cos\alpha, \tag{25}$$

где α — угол между векторами силы $\vec{F}$ и перемещения $\vec{S}$, перепишем выражение (24) в виде

$$A = \frac{Mv_K^2}{2} - \frac{Mv_0^2}{2} = K_K - K_0. \tag{26}$$

Здесь v_K и v_0 — скорости в конце и начале пути соответственно, $K = \frac{Mv^2}{2}$ — кинетическая энергия тела (материальной точки) массы М, движущегося поступательно со скоростью *v*. *Кинетическая энергия есть мера движения тела.* Изменение кинетической энергии определяется работой *A* всех сил, действующих на тело за время действия сил. Это утверждение называется *теоремой о связи работы силы и кинетической энергии.*

В случае если сила не постоянна, а меняется при перемещении (либо по величине, либо по направлению), работу можно рассчитывать так: разбить перемещение $\vec{S}$ материальной точки на такие маленькие участки $\Delta\vec{S}_i$, где силу можно считать приблизительно постоянной. Тогда на таком участке сила $\vec{F}(S)$ совершит работу $\Delta A_i = \vec{F}(S)\cdot\Delta\vec{S}_i$. Обозначение силы $\vec{F}(S)$ означает, что сила меняется при перемещении. Для того чтобы найти всю работу переменной силы на всем перемещении $\vec{S}$, надо просуммировать все эти ΔA, полученные для каждого малого перемещения $\Delta\vec{S}$:

$$A = \sum_i \Delta A_i = \sum_i \vec{F}(S)\cdot\Delta\vec{S}_i \qquad (27)$$

Для обозначения суммирования используется греческая буква $\sum$ (сигма), *i* — количество разбиений $\Delta\vec{S}_i$ на участки.

Если разбивать перемещение $\vec{S}$ на бесконечно малые участки, то эта операция будет называться интегрированием, и строгая математическая запись будет выглядеть так:

$$A = \int_1^2 \vec{F}\cdot\vec{d}S\,, \qquad (28)$$

где интегрирование производится от начальной точки 1 до конечной точки 2.

Графически работу силы можно представить как площадь под соответствующей кривой, изображающей зависимость силы от перемещения. Для примера на рис.4 и рис.5 представлены такие зависимости для постоянной (рис.4) и переменной (рис.5) сил. Работа и в том, и в другом случае численно равна площади заштрихованной области.

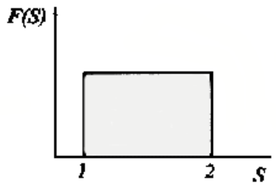

Рис. 4

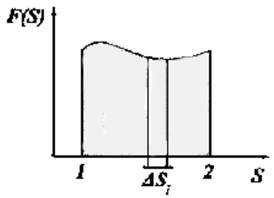

Рис. 5

Пример 3. Один конец горизонтально расположенной пружины прикреплен к стене, а другой к грузику, лежащему на гладком горизонтальном столе. Найти работу, которую совершает сила упругости по перемещению груза в процессе перехода пружины из сжатого состояния (на *x* см) в недеформированное, если жесткость пружины *k,* а смещение груза *S.*

Решение. Первоначально пружина сжата на величину *x,* поэтому сила упругости, действующая на груз, численно равна $F = kx$.(при $S = 0$). Затем пружина распрямляется и совершает работу. Деформация (сжатие) пружины уменьшается, поэтому и сила упругости уменьшается. Как только перемещение груза станет равным *S (x = S),* сила упругости будет равна нулю. Во всех остальных случаях

$$F_y(S) = k(x - S)\,. \qquad (29)$$

График этой функции представлен на рис.6. Ясно, что это будет линейная зависимость (в соответствии с (29)). Искомая работа силы упругости равна площади заштрихованного треугольника:

$$A = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (30)$$

В системе СИ единицей работы служит *джоуль* (дж): 1дж = 1н • м. В системе CGS единица энергии (работы) называется *эргом.* Сила в 1 дин, воздействуя на материальную точку и перемещая ее на расстояние в 1 см, сообщает ей энергию в 1 эрг. Легко найти связь между джоулем и эргом: 1дж = 1ньютон 1м = 10^5дин • 10^2см = 10^7эрг.

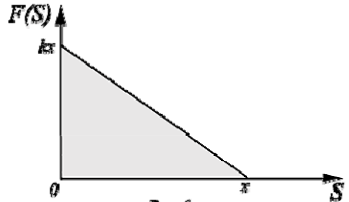

Рис.6.

3. Мощность

Для характеристики скорости, с которой совершается работа, введена величина, называемая мощностью. Если за промежуток времени Δt сила $\vec{F}$, приложенная к телу, совершает элементарную работу ΔA, определяемую выражением (27), то средняя мощность, развиваемая этой силой за время Δt, есть

$$N_{cp} = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \vec{F}(S) \cdot \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t}. \tag{31}$$

Вспоминая определение мгновенной скорости (при $\Delta t \to 0$), получим для мощности, развиваемой силой $\vec{F}$ в данный момент времени (мгновенная мощность), следующее определение:

$$N = \vec{F} \cdot \vec{v} = \left|\vec{F}\right| \cdot \left|\vec{v}\right| \cdot \cos\beta, \tag{32}$$

где угол β — угол между направлением действия силы и скоростью материальной точки.

Единицей измерения мощности в системе СИ служит *ватт:* 1ватт = 1дж/с.

Пример 4. Тело массой m = 1кг, поднятое над поверхностью земли, отпустили без начальной скорости, предоставив ему возможность свободно падать. Через 5 с тело упало на землю. Найти мощность силы тяжести, действующей на тело, через 1 с после начала падения. Сопротивление воздуха не учитывать.

Решение. Для определения мгновенной мощности воспользуемся определением (32). При свободном падении, в отсутствии сопротивления воздуха, для *v(t)* будем иметь

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t \tag{33}$$

Учитывая, что $\vec{v}_0 = 0$ по условию, согласно (32) запишем

$$N = m\vec{g} \cdot \vec{g}t = mg^2 t. \tag{34}$$

Подстановка численных значений ($g \approx 10\, ^{м}/_{c^2}$) позволяет записать, что $N \approx 100$ Вт.

4. Потенциальная энергия

Силы, работа которых не зависит от формы пути, а определяется только координатами начального и конечного состояний системы, называются консервативными. Сила тяжести — консервативная сила. Сила упругости, гравитационная сила также относятся к консервативным силам. Сила трения не относится к консервативным силам, ее работа существенно зависит от формы пути. Работа силы трения всегда отрицательна (A < 0).

Для тела, находящегося под действием консервативных сил, или, как обычно говорят, в поле консервативных сил, можно ввести понятие *потенциальной энергии U.* Потенциальная энергия — это энергия, определяемая взаимным расположением тел или частей тела и характером сил взаимодействия между этими телами или частями тела. Или иначе, потенциальная энергия — это работа, которую нужно совершить над телом *M,* чтобы переместить его в направлении противоположном направлению действия консервативной силы. Припишем некоторому положению тела нулевую потенциальную энергию, потенциальную энергию в произвольной точке определим как работу, которую нужно затратить, чтобы переместить тело из начального положения в данную точку. Если за нулевой уровень принять поверхность Земли, то тело массы M, находящееся на высоте h, будет обладать энергией $U=Mgh$. Потенциальную энергию можно легко превратить в кинетическую, если позволить телу падать вниз, то есть потенциальная энергия — это, буквально, потенциально возможная энергия.

Исходя из определения запишем, что при перемещении тела из точки 1 в точку 2 оно может совершить работу, равную разности потенциальных энергий в точках 1 и 2:

$$A_{1\to 2} = U_1 - U_2 = -\Delta U, \tag{35}$$

где $\Delta U = U_2 - U_1$. Конечно, значение потенциальной энергии в каждой точке зависит от того, какую точку мы примем за нулевую (то есть за начало отсчета потенциальной энергии), но изменение потенциальной энергии ΔU при переходе из одной точки в другую не зависит от этого выбора.

Аналогичное заключение справедливо и для силы упругости. В **Примере 3** было показано, что работа силы упругости, совершаемая при переходе в недеформированное состояние, равна $\frac{kx^2}{2}$, где x — величина начальной деформации. Если деформация меняется от некоторого значения x_1 до другого x_2. (не равного нулю), то указанная работа может быть записана как

$$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}, \qquad (36)$$

то есть зависит только от начального и конечного положений тела.

Соотношение (35) справедливо для любых консервативных сил. Силы трения и сопротивления, как и другие силы, зависящие от скорости движения тела, не являются консервативными, и для них это соотношение не выполняется.

Работа консервативной силы по любой замкнутой траектории равна нулю. Это легко показать, исходя из определения консервативной силы.

5. Закон сохранения механической энергии

Механической энергией тела (материальной точки) называют сумму кинетической K и потенциальной U энергий

$$E = K + U. \qquad (37)$$

Механическая энергия системы тел, взаимодействующих друг с другом и окружающими телами посредством консервативных сил остается неизменной:

$$E = K + U = const. \qquad (38)$$

Докажем это утверждение. Выше (см. соотношение (26)) мы уже показали, что работа силы по переводу тела из начального (1) в конечное (2) состояние равна

$$A = K_2 - K_1. \qquad (39)$$

С другой стороны, работа консервативной силы по переводу тела из некоторого начального состояния (1) в конечное состояние (2) может быть выражена через изменение потенциальной энергии тела

$$A = U_1 - U_2. \qquad (40)$$

Сравнение выражений (39) и (40) позволяет записать

$$U_1 - U_2 = K_2 - K_1 \qquad (41)$$

или

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \qquad (42)$$

Механическая энергия в состоянии (1) равна механической энергии в состоянии (2). Оба состояния были выбраны произвольно, то есть они могут быть любыми, единственное, о чем надо помнить, что выполняется это в поле консервативных сил. Внутри замкнутой системы взаимодействующих тел также может осуществляться переход энергии из одного вида в другой, кинетическая энергия может переходить в потенциальную и обратно. Если при таком переходе никаких изменений в системе, кроме механических, не происходит, то ее механическая энергия все время остается постоянной.

Если же в изолированной системе совершаются не только механические, а и другие процессы, то механическая энергия этой системы может изменяться, переходить в другие виды энергии — в тепловую, электрическую и т.п. Однако при этом полная энергия системы остается постоянной. В частности, при абсолютно неупругом взаимодействии (при столкновении) часть механической энергии может переходить в энергию деформации и тепловую. Используя закон «охранения полной энергии, легко найти потерю механической энергии.

6. Столкновения

Соударения между телами могут быть как упругими, так и неупругими. При упругом соударении полная механическая энергия сохраняется. При неупругом столкновении происходит потеря механической энергии, часть ее переходит в другие виды энергии (тепловую, световую и так далее). Удар, при котором после столкновения оба тела приобретают одинаковую скорость и двигаются вместе, называется абсолютно неупругим ударом. При решении задач на столкновение двух тел, прежде всего, надо обращать внимание на характер удара, выяснить, какие законы сохранения можно применять, а затем приступать к их решению.

При столкновении возникают силы реакции, огромные по величине, но кратковременные, что приводит к изменению импульсов взаимодействующих тел. В силу того, что силы взаимодействия равны по величине, изменения импульсов тел тоже одинаковы по величине, но разные по знаку.

Пример 5. По одной прямой и в одном направлении движутся два шарика массами m_1 = 1 кг и m_2 = 100 г со скоростями v_1 = 10 см/с и v_2 = 20 см/с. Найти скорости шариков после столкновения. Удар считать абсолютно упругим.

Решение. В этом примере в момент столкновения на короткий промежуток времени (время взаимодействия) оба шарика деформируются, и часть их суммарной кинетической энергии переходит в потенциальную энергию упругого сжатия, скорости их выравниваются, затем потенциальная энергия упругого сжатия полностью (удар абсолютно упругий) переходит в кинетическую энергию. Шарики восстанавливают свою прежнюю форму, отталкиваются друг от друга и продолжают движение с различными скоростями. В это время их суммарная кинетическая энергия точно такая же, как и до столкновения.

Оформим эти наши рассуждения аналитически. Запишем законы сохранения импульса и энергии:

$$\begin{cases} m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_{1k} + m_2\vec{v}_{2k}; \\ \dfrac{m_1 v_1^2}{2} + \dfrac{m_2 v_2^2}{2} = \dfrac{m_1 v_{1k}^2}{2} + \dfrac{m_2 v_{2k}^2}{2}. \end{cases}$$

Эти два уравнения надо рассматривать как систему из двух уравнений с двумя неизвестными v_{1k} и v_{2k} Решая ее, получим

$$v_{1k} = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} \approx 12 см/с;$$

$$v_{2k} = \frac{2m_1v_1 + (m_1 - m_2)v_2}{m_1 + m_2} \approx 1.8 см/с$$

Пример 6. Шарик массой *m,* летящий со скоростью *v,* ударяет о призму массой *M*, находящуюся на гладком столе, и после абсолютно упругого удара движется вертикально вверх (рис.7). Найти скорости шарика и призмы после удара.

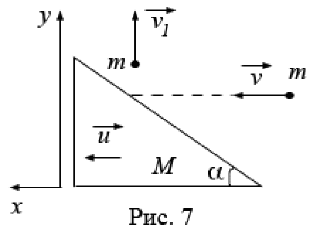

Рис. 7

Решение. Выбирая оси координат так, как показано на рисунке, запишем закон сохранения импульса:

$$m\vec{v} = m\vec{v}_1 + M\vec{u}$$

В проекции на ось OX будем иметь: $mv = Mu$, откуда $u = \frac{m}{M}v$ — скорость призмы после удара.

Удар абсолютно упругий, поэтому механическая энергия сохраняется:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2},$$

где $v_1 = v\sqrt{1 - \frac{m}{M}}$ — скорость шарика после удара.

На все вопросы задачи мы ответили, но задачу можно расширить. В частности, найдем высоту, на которую поднимется шарик после удара, и когда возможен полет вертикально вверх.

На первый вопрос ответ практически очевиден. Максимальную высоту подъема *h* найдем, используя закон сохранения механической энергии:

$$\frac{mv_1^2}{2} = mgh,$$

откуда

$$h = \frac{v_1^2}{2g}.$$

Абсолютно упругий удар предполагает отсутствие трения, следовательно, проекция импульса шарика на наклонную плоскость не меняется в результате удара

$$v \cdot \cos\alpha = v_1 \cdot \sin\alpha$$

$$tg\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{m}{M}}}.$$

Удар, после которого шарик летит вертикально вверх, возможен только при найденном значении α. Для неподвижной призмы ($M \to \infty$ и $tg\alpha \to 1$) получим угол $\alpha = 45^o$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балашов М.М. *Физика. 9 класс.* – М.: Просвещение, 1993.

2. *Элементарный учебник физики* ./Под. Ред. Г.С.Ландсберга. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – ТТ.1-3.

3. Кабардин О.Ф. *Физика. Справочные материалы: Учебное пособие для учащихся.* – М.: Просвещение, 1991.

4. Яворский Б.М., Детлаф А.А. *Физика для школьников старших классов и поступающих в вузы.* – М.: Дрофа, 2001.

5. Перельман Я.И. *Занимательная физика.* – М.: Наука, Кн. 1-2.

Физика: Законы сохранения энергии и импульса
Учебно-методическая часть
Модуль № 5 для 9 класса

Составитель: Валентина Константиновна Баранова

Редактор: О.Ф.Александрова
Корректура автора

Подписано в печать Формат 60x84/16.

Бумага газетная. Печать ризографическая.

Усл. печ. л. 1,3.

Тиражируется на электронных носителях

Адрес в Internet: zensh.ru/resourses

Отдел информационных ресурсов управления информатизации КрасГУ

660041 г. Красноярск, пр. Свободный, 79, ауд. 22-05, e-mail: info@lan.krasu.ru

Издательский центр Красноярского государственного университета

660041 г. Красноярск, пр. Свободный, 79, e-mail: rio@lan.krasu.ru