

ЭФФЕКТ БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНОВСКОЙ КОНДЕНСАЦИИ

О. В. КИБИС

Новосибирский государственный технический университет

THE EFFECT OF BOSE-EINSTEIN CONDENSATION

O. V. KIBIS

The Bose-Einstein condensation is a quantum macroscopic effect, which leads to the condensation of identical bosons at a ground quantum state. The particular consequences of this effect (induced light radiation, superfluid helium, superconductivity) are briefly discussed.

Проведено обсуждение макроскопического квантового эффекта, заключающегося в стремлении одинаковых бозонов собраться в одном и том же квантовом состоянии с наименьшей энергией. Кратко рассмотрены феномены индуцированного излучения света, сверхтекучести и сверхпроводимости, представляющие собой частные проявления этого эффекта.

www.issep.rssi.ru

БОЗОНЫ И ФЕРМИОНЫ

Поведение элементарных частиц описывается набором квантовых чисел, представляющих собой совокупность параметров, дающих всю полноту информации о частице, достижимую в рамках квантовой механики. Так, например, поведение электрона в простейшей квантово-механической системе — атоме водорода описывается заданием четырех квантовых чисел: главного квантового числа (определяющего энергию электрона), орбитального квантового числа (определяющего величину момента импульса электрона), магнитного квантового числа (определяющего ориентацию момента импульса электрона) и спинового квантового числа (определяющего ориентацию спина электрона). Для других систем набор квантовых чисел и их физический смысл будут иными, однако общая логика описания частиц с помощью квантовых чисел справедлива для любой системы. Таким образом, набор квантовых чисел представляет собой своеобразные паспортные данные элементарной частицы, позволяющие подробно описать ее поведение в каждой конкретной физической ситуации.

Для краткости совокупность квантовых чисел обычно называют состоянием частицы, так что различным наборам квантовых чисел соответствуют различные состояния. Зададимся вопросом: возможно ли нахождение нескольких одинаковых элементарных частиц в одном и том же состоянии? В зависимости от ответа на этот вопрос всю совокупность элементарных частиц, образующих материальный мир, можно разделить на две группы. Для первой группы невозможно нахождение в одном состоянии более чем одной частицы. Закон, описывающий распределение этих частиц по состояниям, был получен Э. Ферми и П. Дираком (статистика Ферми–Дирака); такие частицы называются *фермионами*. Запрет находиться в одном и том же состоянии нескольким одинаковым фермионам был впервые сформулирован В. Паули, в связи с чем это утверждение вошло в мировую научную литературу как принцип Паули. Для второй группы возможно нахождение в одном состоянии сколь угодно большого числа одинаковых элементарных частиц, причем вероятность

перехода в данное состояние еще одной частицы тем больше, чем больше частиц в этом состоянии уже находится. Закон, описывающий распределение этих частиц по состояниям, был сформулирован Ш. Бозе и А. Эйнштейном (статистика Бозе–Эйнштейна), в связи с чем такие частицы называются *бозонами*.

Какие же элементарные частицы являются бозонами, а какие – фермионами? Ответ на этот вопрос в самом общем виде был дан В. Паули, который доказал, что частицы с полуцелым спином ($1/2$, $3/2$, $5/2$ и т.д.) являются фермионами, а частицы с целым спином (1, 2, 3 и т.д.) – бозонами. Отсюда следует, в частности, что электроны, протоны и нейтроны являются фермионами, тогда как фотоны и мезоны являются бозонами. Необходимо отметить, что если мы имеем дело со сложной частицей (например, атомным ядром), представляющей собой совокупность нескольких частиц, то принадлежность этой сложной частицы к бозонам или фермионам определяется суммарным спином частиц, входящих в ее состав: если суммарный спин является целым, то данная частица является бозоном; если же суммарный спин является полуцелым, то мы имеем дело с фермионом. Отвечая на вопрос о причинах размежевания частиц на фермионы и бозоны в зависимости от величины их спина, выдающийся физик XX столетия Р. Фейнман писал: “Это, видимо, одно из немногих мест в физике, когда правило формулируется очень просто, хотя столь же простого объяснения ему не найдено. Объяснение коренится глубоко в релятивистской квантовой механике. По-видимому, это означает, что мы до конца не понимаем лежащего в его основе принципа. Будем считать его пока одним из законов Вселенной” [1]. Не будем и мы вдаваться в микроскопическую причину различных свойств фермионов и бозонов, а перейдем к обсуждению различий в их поведении.

Продемонстрируем различие в поведении фермионов и бозонов с помощью следующей образной модели. Представьте себе, что вы заходите в вагон пригородной электрички. Если в вагоне имеются свободные места, вы с комфортом усаживаетесь, а если свободных мест нет, то вам придется стоять, поскольку попытка усесться к кому-нибудь на колени встретит законное негодование со стороны ваших случайных попутчиков. Аналогичным образом ведут себя и фермионы: если местосостояние занято одним фермионом, то он ни за что не позволит усесться в это же состояние другому такому же фермиону. Качественно иная ситуация имеет место в случае бозонов. Представьте себе, что вы заходите в вагон электрички, в уголке которого сидит компания ваших хороших друзей с гитарой и другими атрибутами приятного времяпрепровождения. Без сомнения, вас неудержимо потянет присоединиться к компании,

причем притягательность этой компании в ваших глазах будет тем больше, чем больше ваших друзей находится там. И даже в том случае, если в вагоне имеется множество свободных мест, вы присоединитесь к компании друзей в уголке вагона невзирая на тесноту. Аналогичным образом ведут себя и бозоны, являющиеся природными коллективистами. Стремление бозонов собраться (сконденсироваться) в состоянии, где находится наибольшее число таких же бозонов, получило название *бозе-эйнштейновской конденсации*.

Из статистической физики хорошо известно, что, чем меньше энергия состояния, тем больше вероятность нахождения частицы в этом состоянии в термодинамическом равновесии. Поэтому конденсация бозонов происходит в состоянии с наименьшей возможной энергией, называемом основным состоянием. Совокупность бозонов, сконденсировавшихся в основном состоянии, называют бозе-эйнштейновским конденсатом. Рассмотрим конкретные физические ситуации, в которых проявляются необычные физические свойства этого конденсата.

ИНДУЦИРОВАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ СВЕТА В ЛАЗЕРАХ

Лазер отличается от других источников света, во-первых, строго определенной длиной волны излучаемого света (монохроматичность излучения), во-вторых, высокой интенсивностью излучения, в-третьих, слабой расходимостью пучка излучения. Для того чтобы понять причину этих особенностей лазерного излучения, вспомним, как происходит излучение света в любом традиционном источнике света, будь то современная электрическая лампа или средневековая лучина. За счет подводимой к источнику света энергии (например, тепла, выделяющегося при протекании тока по вольфрамовой нити накаливания электрической лампы или нагрева мельчайших частиц сажи в пламени лучины) происходит возбуждение атомов, заключающееся в переходе электронов с нижележащих энергетических атомных уровней на вышележащие. Обратный переход электронов на нижние энергетические уровни сопровождается излучением фотонов. Поскольку в различных атомах переходы электронов происходят независимо друг от друга, то излучаемые различными атомами фотоны летят в различных направлениях и имеют различную энергию.

Для того чтобы получить лазерное излучение, необходимо каким-либо образом “дисциплинировать” фотоны, заставив их излучаться в строго определенном направлении и иметь при этом одинаковую энергию. В лазерах эта проблема решается с помощью эффекта бозе-эйнштейновской конденсации, который применительно к фотонам обычно называют эффектом

индуцированного излучения. Для реализации этого эффекта возьмем излучающие свет атомы (активная среда лазера) и поместим их между двух плоских параллельных зеркал (резонатор лазера). Те фотоны, которые излучаются атомами перпендикулярно к плоскости зеркал, благодаря многократному отражению от зеркал образуют стоячую световую волну, сам факт существования которой будет оказывать влияние на последующие акты излучения. Связано это с тем, что стоячая волна в резонаторе характеризуется строго определенной энергией фотонов (поскольку фиксированное расстояние между зеркалами четко определяет частоту светового излучения, образующего стоячую волну) и строго определенным направлением движения фотонов (перпендикулярно к плоскости зеркал). Иными словами, эта стоячая волна представляет собой совокупность фотонов, находящихся в одном и том же состоянии. Поскольку фотоны являются бозонами, то в соответствии с эффектом бозе-эйнштейновской конденсации вновь излучаемые фотоны будут стремиться иметь такую же энергию и такое же направление движения, что и фотоны в стоячей волне. Вероятность излучения этих фотонов будет тем больше, чем больше фотонов находится в стоячей волне, благодаря чему интенсивность излучения может достигать огромных величин. Если одно из зеркал резонатора сделать полупрозрачным, то часть фотонов будет покидать резонатор, образуя лазерное излучение, удовлетворяющее сформулированным выше требованиям монохроматичности, высокой интенсивности и слабой расходимости. Таким образом, эффект бозе-эйнштейновской конденсации фотонов является незабываемым фундаментом, лежащим в основе работы лазера любой конструкции.

Поскольку подробный анализ конкретных лазерных систем ранее проведен в статье [2], мы не будем останавливаться здесь на детальном обсуждении устройства лазеров и перейдем к рассмотрению другого эффекта, в котором особенности бозе-эйнштейновского конденсата проявляются чрезвычайно ярко.

СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ

В 1938 году П.Л. Капица обнаружил удивительную способность жидкого гелия протекать сквозь столь узкие капилляры, что преодоление их было бы невозможным для обычной жидкости вследствие ее вязкости и связанного с этим трения о стенки капилляра. Отсутствие вязкости наблюдается в гелии не только при его течении сквозь капилляры и узкие щели, но также и при перетекании из сосуда в сосуд непосредственно по стенкам сосудов. На рис. 1 схематично изображен этот эффект, открытый Х. Камерлинг-Оннесом и носящий его имя. Суть этого эффекта состоит в том, что жидкий

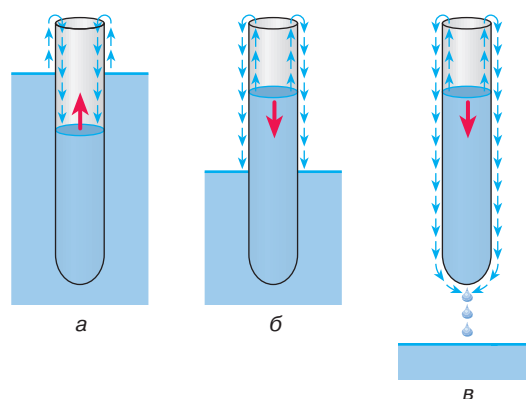


Рис. 1. Течение жидкого гелия по стенкам пробирки (эффект Камерлинг-Оннеса)

гелий течет по стенке сосуда, преодолевая край пробирки (рис. 1, а, б), до тех пор, пока уровни гелия в пробирке и ванне не сравняются. Если пробирку вынуть из ванны (рис. 1, в), то гелий перетекает через край пробирки и капает в ванну.

Проявляющаяся в обсуждаемых экспериментах способность жидкого гелия протекать без трения получила название *сверхтекучести*. Сверхтекучесть представляет собой специфически квантовое явление, которое нельзя объяснить на основе классической физики (согласно которой любая жидкость должна обладать вязкостью), в связи с чем жидкий гелий часто называют квантовой жидкостью. При анализе свойств жидкого гелия необходимо учесть, что существуют два устойчивых изотопа гелия: изотоп с массовым числом 3, ядро которого содержит два протона и один нейтрон (${}^3\text{He}$), и изотоп с массовым числом 4, ядро которого содержит два протона и два нейтрона (${}^4\text{He}$). В природном гелии число атомов ${}^3\text{He}$ в миллион раз меньше числа атомов ${}^4\text{He}$, и, пренебрегая малой примесью ${}^3\text{He}$, можно считать, что гелий состоит из атомов ${}^4\text{He}$.

Для объяснения эффекта сверхтекучести жидкого гелия ключевым является то обстоятельство, что атомы ${}^4\text{He}$ содержат четное число фермионов и поэтому имеют целый спин, являясь бозонами. Каким же образом это обстоятельство дает возможность жидкому гелию протекать без трения? Для ответа на этот вопрос вспомним, что возникновение трения при течении обычной жидкости обусловлено процессами столкновения молекул жидкости с шероховатостями поверхности, по которой течет жидкость. В результате этих столкновений молекулы жидкости тормозятся и течение потока жидкости постепенно замедляется. Существенно, что процесс торможения всего потока жидкости происходит благодаря множеству актов торможения отдельных молекул, поскольку каждая микроскопическая

неоднородность поверхности может затормозить только ту молекулу, которая находится вблизи данной неоднородности. Нетрудно убедиться в том, что в случае жидкости из бозонов такой механизм торможения не будет работать. В самом деле, состояние отдельных молекул-бозонов характеризуется вектором скорости движения и благодаря эффекту бозе-эйнштейновской конденсации все молекулы будут стремиться двигаться в одном направлении с одинаковой скоростью.

Как мы уже говорили, эффект бозе-эйнштейновской конденсации представляет собой проявление, образно говоря, коллективистского характера поведения бозонов. И поэтому так же трудно затормозить одну отдельно взятую молекулу-бозон в потоке жидкости, как трудно остановить одного человека в идущей по улице дружной компании, поскольку подобное намерение встретит активное противодействие со стороны всей компании. Единственная возможность затормозить поток бозонов и не войти в противоречие с их коллективистскими свойствами заключается в одновременном торможении (изменении состояния) большого числа бозонов. Как принято говорить, торможение оказывается возможным только благодаря возникновению в жидкости коллективных возбуждений, в которых принимает участие макроскопически большое число молекул. Однако для возникновения таких возбуждений необходима достаточно большая энергия. При низких температурах взять эту энергию в окружающей среде негде. Поэтому единственным источником энергии, необходимой для возникновения коллективных возбуждений в жидкости и связанного с этим торможения, является кинетическая энергия поступательного движения молекул жидкости. Как только кинетическая энергия (скорость поступательного движения) молекул превысит некоторую критическую величину, становится энергетически возможным возникновение упомянутых выше коллективных возбуждений и жидкий гелий утрачивает свойство сверхтекучести. Для количественного анализа торможения жидкого гелия необходимо подробно обсудить возникновение этих коллективных возбуждений, к рассмотрению которых мы сейчас и перейдем.

Задача теоретического определения энергетического спектра коллективных возбуждений в жидком гелии была решена в 1947 году Н.Н. Боголюбовым. Оказалось, что при температуре $T = 0$ энергия коллективного возбуждения E зависит от его импульса p согласно формуле [3]

$$E(p) = \sqrt{\frac{\rho v(p)}{M^2} p^2 + \left(\frac{p^2}{2M}\right)^2}, \quad (1)$$

где M — масса атома ${}^4\text{He}$, ρ — плотность гелия, а функция $v(p)$ зависит от характера взаимодействия между атомами в жидком гелии. Вычисление этой функции для жидкости, взаимодействие между атомами которой велико, представляет собой чрезвычайно сложную задачу, которая до сих пор не решена в общем случае. Однако тем не менее с помощью несложных рассуждений удастся получить явное выражение для энергии (1) в случаях малых и больших импульсов p . Из (1) следует, во-первых, что при $p \rightarrow 0$ функция $v(p)$ должна стремиться к конечной величине $v(0) > 0$, поскольку в ином случае подкоренное выражение в (1) будет отрицательным при $p \rightarrow 0$ и энергия $E(p)$ перестанет быть вещественной величиной при малых значениях p . Во-вторых, при $p \rightarrow 0$ в (1) можно пренебречь вторым слагаемым под знаком корня (которое пропорционально p^4) по сравнению с первым слагаемым (которое пропорционально p^2). Таким образом, при $p \rightarrow 0$ энергия коллективных возбуждений (1) есть

$$E(p) \approx \frac{\sqrt{\rho v(0)}}{M} p = up, \quad (2)$$

где $u = \sqrt{\rho v(0)}/M$ — скорость звука в жидком гелии.

Из (2) следует, что при малых импульсах для энергии коллективных возбуждений в жидком гелии получается такое же соотношение, как и для фононов в твердом теле. При $p \rightarrow \infty$ кинетическая энергия атомов гелия существенно превышает потенциальную энергию их взаимодействия. В связи с этим в подкоренном выражении (1) будет доминировать второе слагаемое (пропорциональное p^4) вне зависимости от того, каков явный вид функции $v(p)$, так что

$$E \approx \frac{p^2}{2M} \quad (3)$$

и энергия возбуждения становится приближенно равной кинетической энергии отдельно взятого атома гелия.

Резюмируя, можно сделать вывод, что функция $E(p)$ переходит от линейной зависимости (2) при малых p к квадратичной зависимости (3) при больших значениях p . Путем элементарного математического анализа легко убедиться в том, что такая функция неизбежно будет иметь побочный минимум при $p \neq 0$. Необходимо отметить, что явный вид зависимости $E(p)$ может быть непосредственно определен из экспериментов по рассеянию нейтронов жидким гелием. При прохождении через жидкий гелий пучка нейтронов они будут взаимодействовать с атомами гелия и рассеиваться, изменяя в процессе рассеяния свою энергию и импульс. Поэтому, зная начальную энергию нейтронов и измеряя их энергию после прохождения через гелий, можно

непосредственно определить энергию и импульс коллективных возбуждений в жидком гелии, возникших вследствие взаимодействия с нейтронами, и найти таким образом зависимость $E(p)$.

На рис. 2 приведены экспериментальные значения $E(p)$ и видно, что в полном согласии с формулой Боголюбова (1) этот энергетический спектр линейен по импульсу при малых значениях p и имеет побочный минимум при $p = p_0$. Поскольку любую функцию вблизи точки ее минимума можно аппроксимировать параболой, то коллективные возбуждения вблизи точки $p = p_0$ квадратично зависят от импульса и их, следуя введенной Л.Д. Ландау терминологии, называют возбуждениями ротонного типа или ротонами.

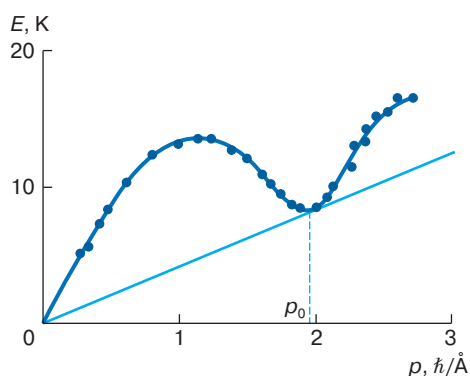


Рис. 2. Энергетический спектр элементарных возбуждений в жидком гелии [3]

Покажем теперь, что система с энергетическим спектром коллективных возбуждений, изображенным на рис. 1, обладает свойством сверхтекучести. Предположим, что в потоке жидкого гелия под действием силы трения \mathbf{F} за время t возникает коллективное возбуждение с импульсом \mathbf{p} и энергией $E(p)$. Согласно второму закону Ньютона, $\mathbf{p} = \mathbf{F}t$. Поскольку сила трения \mathbf{F} направлена противоположно скорости потока гелия \mathbf{v} , то за время t эта сила совершит работу $A = \mathbf{F}\mathbf{v}t = -p\mathbf{v}$. Изменение энергии жидкого гелия при этом есть $E(p) - p\mathbf{v}$, что представляет собой сумму энергии возникшего коллективного возбуждения $E(p)$ и совершенной работы A . Поскольку процесс трения неизбежно приводит к уменьшению энергии движущихся тел, то для появления коллективного возбуждения из-за трения (что равносильно началу процесса торможения жидкости) должно выполняться условие

$$E(p) - p\mathbf{v} < 0. \quad (4)$$

Очевидно, что невыполнение условия (4) приведет к возникновению рассматриваемого нами явления сверхтекучести при $\mathbf{v} < E(p)/p$. Если это неравенство

выполняется для минимального значения отношения $E(p)/p$, то оно будет выполняться и при любых других его значениях. Поэтому условие сверхтекучего движения имеет вид

$$\mathbf{v} < \min\left(\frac{E(p)}{p}\right). \quad (5)$$

Но минимум функции $E(p)/p$ есть просто тангенс угла наклона прямой, касательной к функции $E(p)$ в точке $p = p_0$ (см. рис. 2). Величина этого тангенса определяет критическую скорость течения жидкого гелия

$$v_0 = \min\frac{E}{p}, \quad (6)$$

при которой жидкий гелий утрачивает свойство сверхтекучести. Из изображенной на рис. 2 экспериментальной кривой получается, что критическая скорость (6) составляет примерно 60 м/с.

Обсудим теперь, каким образом температура жидкого гелия будет влиять на его сверхтекучесть. Хорошо известно, что в состоянии термодинамического равновесия любая система стремится занять состояние с минимальной энергией. Поэтому при низких температурах в жидком гелии существуют лишь коллективные возбуждения фононного типа, соответствующие линейному участку зависимости $E(p)$ вблизи точки $p = 0$, поскольку именно таким возбуждениям соответствует минимальная энергия $E(p)$.

При возрастании температуры в общем числе коллективных возбуждений будет возрастать доля ротонных. Необходимо отметить, что между возбуждениями фононного и ротонного типов нет существенного различия и эти термины обозначают лишь то, что данные возбуждения соответствуют различным участкам единой функции $E(p)$. Какие бы возбуждения (фононы или ротонны) ни возникали в гелии при повышении температуры, сам факт их возникновения говорит о том, что средняя энергия атомов гелия при повышении температуры будет увеличиваться. Это увеличение энергии приведет к тому, что число атомов в основном состоянии будет уменьшаться с ростом температуры. При некоторой температуре T_λ число атомов гелия в основном состоянии становится настолько малым, что их уже нельзя рассматривать как большой и дружный коллектив, в связи с чем бозе-эйнштейновский конденсат исчезает и гелий утрачивает свойство сверхтекучести. Вследствие этого явление сверхтекучести наблюдается лишь при достаточно низких температурах $T < T_\lambda$, где экспериментально определенная величина критической температуры жидкого гелия есть $T_\lambda = 2,17$ К.

К рассмотренному нами явлению сверхтекучести жидкого гелия очень тесно примыкает явление *сверх-*

проводимости, заключающееся в исчезновении сопротивления проводников при низких температурах и подробно рассмотренное в статье [4]. Электрическое сопротивление любого проводника аналогично по своей природе трению, поскольку обусловлено процессами рассеяния отдельных электронов на различных нарушениях кристаллической структуры проводника. Поскольку электроны являются фермионами, то для реализации эффекта бозе-эйнштейновской конденсации, подавляющего процессы трения, необходимо превратить электроны в бозоны. В известных сверхпроводниках это превращение осуществляется благодаря взаимодействию электронов с колебаниями кристаллической решетки (фононами), которые связывают электроны попарно, превращая их в своеобразные двухэлектронные молекулы (куперовские пары). Поскольку суммарный спин двухэлектронной молекулы является целым, то такая молекула представляет собой бозон. Поэтому электрический ток в сверхпроводнике представляет собой поток движущихся бозонов и в полном соответствии с ранее проведенным для жидкого гелия рассмотрением будет протекать без сопротивления. Необходимо только отметить, что в жидком гелии среднее расстояние между атомами гелия существенно больше размеров самих атомов, тогда как в известных сверхпроводниках размеры куперовской пары существенно превышают среднее расстояние между электронами, в связи с чем куперовские пары в сверхпроводнике не являются изолированными друг от друга бозонами и могут обмениваться входящими в их состав электронами. Это приводит к различным энергетическим спектрам коллективных возбуждений в сверхпроводнике и жидком гелии, но не влияет на сам факт отсутствия трения при течении потока бозонов, поскольку энергетический спектр коллективных возбуждений в сверхпроводнике удовлетворяет условию

сверхтекучести (5) точно так же, как и спектр коллективных возбуждений в жидком гелии (1).

Явления индуцированного излучения света, сверхтекучести жидкого гелия и сверхпроводимости представляют собой яркие примеры макроскопических квантовых явлений, то есть физических явлений, в которых квантовые свойства атомов и элементарных частиц обнаруживаются в таких масштабах, что становятся видны невооруженным глазом. Разумеется, проведенный нами анализ не исчерпывает всего многообразия удивительных свойств квантовых систем, в которых реализуется эффект бозе-эйнштейновской конденсации. Желаящим более детально ознакомиться с этими красивыми явлениями и разобраться в их математическом аппарате (также очень красивом!) можно рекомендовать для первого чтения публикации [1–4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. М.: Наука, 1978. Т. 8–9. 528 с.
2. Сэм М. Ф. Лазеры и их применение // Соросовский Образовательный Журнал. 1996. № 6. С. 92–98.
3. Физика микромира / Под ред. Д. В. Ширкова. М.: Сов. энциклопедия, 1980. 528 с.
4. Брандт Н. Б. Сверхпроводимость // Соросовский Образовательный Журнал. 1996. № 1. С. 100–107.

Рецензент статьи А. С. Сигов

* * *

Олег Васильевич Кибис, доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной и теоретической физики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов – физика низкоразмерных твердотельных структур. Автор более 50 научных и учебно-методических работ.