МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. С.М.КИРОВА

Г. А. РОЗМАН

ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

ПСКОВ • ПГПУ • 2005

ББК 22.
Р 649

Печатается по решению кафедры физики
и редакционно-издательского совета ПГПУ им. С.М.Кирова

Розман Г.А.
Р649 Теория относительности. - Псков: ПГПУ, 2005. -256 с.
ISBN 5-87854-343-5

Книга является учебным пособием. В Части 1 изложена Специальная теория относительности, в Части 2 - Общая теория относительности. Книга предназначена учителям, студентам и школьникам.

Р649

Автор благодарен Государственному управлению образования и науки Псковской области за финансирование издания данного учебного пособия.

ISBN 5-87854-343-5

ПРЕДИСЛОВИЕ

В данной книге ранее изданные учебные пособия автора по специальной и общей теориям относительности подверглись переработке. Это объясняется как тем, что обе теории помещены в одну книгу и поэтому не требуется некоторого дублирования материала. Кроме того, с момента издания учебного пособия по специальной теории относительности (СТО) прошло более десяти лет. За это время частично изменилась терминология в СТО (в этот процесс автор внес определенный вклад), найдены новые методические приемы изложения. В текст общей теории относительности (ОТО) внесен дополнительный материал. Таким образом, данная книга, по сути дела, является новым произведением автора.

Специальная теория относительности (СТО), систематическому, но общедоступному изложению которой посвящена 1-я часть данной книги, является современным физическим учением о свойствах пространства, времени и движения, одним из краеугольных камней современного физического миропонимания, основой научной картины мира. СТО проложила дорогу научно-технической революции второй половины XX в., она оказала революционизирующее влияние на социальные, экономические и культурные стороны жизни человеческого общества. Отсюда следует, что каждый культурный человек должен знать основы этой науки.

Изложение ведется на основе историко-логического метода. Рассказ начинается с рассмотрения представлений классической физики о пространстве, времени и движении, вскрывается их ограниченность, что, естественно, требует построения новой теории. Читатель почувствует всю “драму идей”, связанных с содержанием СТО, ее противоречие “здравому смыслу”, убедится в объективности выводов СТО.

Изложение ОТО в одной книге с СТО логично, так как развивает далее современное учение о свойствах пространства и времени. В СТО использовались лишь инерциальные системы отсчета (ИСО), она не учитывала влияния на свойства пространства и времени гравитационного поля. Часть 2-я, посвященная изложению ОТО, дополнена более детальным рассмотрением приложений ОТО к космологическим проблемам.

В книге использован относительно простой математический аппарат, все расчеты проведены подробно. Отдельные параграфы посвящены решению специально подобранных количественных и качественных задач.

Эта книга предназначена учителям, студентам и учащимся средней школ, а также всем, кто интересуется состоянием современной физики.

Доктор физико-математических наук,
Почетный профессор ПГПУ
Г. А. Розман

Памяти жены посвящается

Часть 1
Специальная теория относительности

§1. Классические представления о пространстве, времени и движении. Метризация пространства и синхронизация часов в классической физике

К концу XIX в. физическая наука, казалось, достигла предела: огромное количество явлений и процессов смогла она объяснить на основе законов механики, термодинамики и макроскопической электродинамики. Только две “маленькие тучки”, по выражению знаменитого английского физика Дж. Томсона, “стояли на горизонте”, не укладываясь в рамки указанных выше разделов физики. Это были:

1) трудности, возникшие при изучении законов, которым подчиняется излучение нагретых тел;

2) проблема электромагнитного (светоносного) эфира.

В конце XIX и в начале XX вв. при разрешении этих проблем были созданы квантовая физика и специальная теория относительности. Ниже мы познакомимся со второй из них, со специальной теорией относительности (СТО).

Но прежде выясним, в чем состояли трудности классической физики при рассмотрении проблемы электромагнитного эфира? Все окружающие нас предметы находятся, и все процессы, происходящие с ними или в них, протекают в пространстве и во времени. Наиболее полно эти понятия определяет философия, согласно которой пространство и время — это формы существования материи, атрибуты ее движения. Все тела имеют объем, размеры. Они так или иначе расположены относительно друг друга. Это и означает, что материальные тела существуют в пространстве. Всякий процесс имеет длительность, одно явление происходит раньше другого. Это и означает, что материя существует во времени. Нет тел, которые не были бы протяженны, не имели бы размеров. Нет процессов, которые бы не длились в течение какого-либо, пусть очень малого, но конечного промежутка времени. Это означает, что материя не может существовать вне пространства и времени.

С другой стороны, пространство и время не есть нечто самостоятельно существующие, независимо наряду с материальными объектами. Они неотделимы от материальных объектов и явлений.

Несмотря на очевидность и реальность пространства и времени, — это очень сложные понятия, и осмысление их содержания на всем протяжении развития науки сталкивалось с определенными трудностями.

Еще в древности люди задумывались о размере Вселенной, о конечности се существования во времени. Их представления о пространстве и времени складывались из личного, весьма ограниченного опыта. Так, небо в понимании древних представлялось в виде полусферы, на которой закреплены небесные светила. Земля представлялась плоской, покоящейся на спинах трех китов (или слонов), которые, в свою очередь, стояли на гигантской черепахе, плавающей в безбрежном "море-океане". Человек видел перед собою линию горизонта и считал, что до нее можно дойти.

Не умея объяснить, каким образом возникла Земля и они сами, люди пришли к мысли о существовании сверхъестественной силы — Бога. А так как все вокруг имело не только начало, но рано или поздно прекращало свое существование, то делался вывод, что сотворенный Богом мир когда-нибудь прекратит свое существование. Так возникло представление о конечности Бытия.

Первые научные представления о пространстве и времени были сформулированы великим английским физиком И. Ньютоном в его книге "Математические начала натуральной философии" (1687 г.): пространство и время существуют объективно, однако они существуют безотносительно к тем телам, которые находятся и движутся в пространстве и во времени. Пространство у Ньютона является "вместилищем", "ящиком", и движение в этом пространстве носит абсолютный характер, т. е. положение тела

можно определить однозначно, однозначно определяется движение тела относительно стенок "ящика" — абсолютного пространства.

Время по Ньютону—это лишь простая длительность событий, оно течет "безотносительно к чему бы то ни было". Поэтому это время называется абсолютным. Но абсолютное пространство и абсолютное время недоступны человеческому восприятию, — так утверждал Ньютон. В обыденной жизни мы обнаруживаем лишь относительное пространство и относительное время. Мы можем лишь определить объем, занимаемый телом, его расположение по отношению к другим телам. Промежутки времени, измеряемые при помощи часов (периодически действующих механизмов, сооруженных человеком или природой: песочные или водяные часы в древности, дневной или годовой цикл движения Земли и т. д.) дают нам лишь отрезок абсолютного времени. Именно поэтому Ньютон назвал эти обыденные проявления пространства и времени — относительными.

Признавая объективное существование пространства и времени, Ньютон исходит из материалистических представлений; отрывая же их друг от друга и от материальных тел, Ньютон отходит от этих позиций и, в конечном счете, приходит к божественному происхождению мира. Возможно, что некоторым читателям с высоты их сегодняшних знаний эти представления Ньютона покажутся наивными. Но они были общепризнанными в течение более 200 лет и всецело поддерживались религией. Только с возникновением СТО изменились научные представления о свойствах пространства, времени и движении. О становлении этих новых, современных представлений и будет идти речь на следующих страницах этой книги. Но сначала поговорим о других важных вещах, непосредственно связанных с обсуждаемым вопросом.

При изучении физических процессов необходимы приборы, метризованная система координат и синхронизованный набор часов. Все это в совокупности называется системой отсчета (СО).

Первоначально в это понятие включали следующие элементы:

1) *тело отсчета*; 2) *систему координат*, начало которой совмещено с телом отсчета; 3) *масштабы*; 4) *часы*. В современной физике понятие "СО" расширилось до представления о физической лаборатории, включающей все необходимые условия и приборы для наблюдения и изучения физических явлений. Различают так называемые инерциальные и неинерциальные системы отсчета. Характерным признаком инерциальных систем отсчета (ИСО) является то, что в них справедливы классические законы механики — законы Ньютона (соответственно в неинерциальных системах отсчета (НИСО) эти законы не выполняются). Все ИСО (а их бесчисленное множество) могут двигаться относительно друг друга равномерно и прямолинейно, и согласно классическому принципу относительности — принципу относительности Галилея — все ИСО равноправны. Это означает, что при рассмотрении какого-либо явления можно использовать любую ИСО, все они эквивалентны. Равноправие ИСО дает определенный выбор СО, в которой целесообразно (для более простого математического описания и для более ясного физического понимания) рассматривать какую-либо задачу. Но именно из-за равноправия этих ИСО получаемые в них результаты будут объективны, реальны, хотя количественно могут иметь разные значения. Например, движение пассажира в поезде можно описать как в ИСО "Поезд", так и в любой другой ИСО, например "Земля", относительно которой ИСО "Поезд" движется прямолинейно и равномерно. Естественно, что скорости движения пассажира в этих ИСО разные, но обе они "настоящие", обе реальные.

Чтобы определить местоположение материального объекта в пространстве, необходимо в каждой ИСО приписать каждой точке определенное числовое значение — координату. Для этого необходимо "метризовать" пространство, т.е., используя масштабную линейку, определить местоположение этой точки относительно начала координат. По классическим представлениям свойства масштаба не изменяются от его переноса. Поэтому все ИСО можно метризовать, пользуясь одним

и тем же масштабом, перенося его из одной ИСО в другую. Предполагается также, что масштабы не деформируются в процессе переноса, т.е. являются абсолютно твердыми. Это предположение тотчас же приводит нас к утверждению, что существует возможность мгновенно передать сигнал (информацию) вдоль масштаба, ударив, например, по его торцу и мгновенно получив сдвиг другого конца. Такое предположение лежит в основе так называемого принципа дальнодействия — принципа классической физики, утверждающего, что существует сигнал, распространяющийся с бесконечно большой скоростью. Считается, что свойства материала стержня и окружающей среды совершенно не влияют на величину этой скорости.

В каждой ИСО должны быть часы, ход которых, естественно, одинаков. Но чтобы отрегулировать ход часов и установить одинаковое положение стрелок в один и тот же момент времени, можно поступить двумя, по классическим представлениям, одинаковыми способами: 1) свести часы в одно место (например, сделать это на часовом заводе), синхронизировать их ход и развести по рабочим местам (считается, что передвижение часов не влияет на их ход); 2) так как в принципе существует бесконечно быстрый сигнал, то из "центра" (например, из начала координат СО) можно послать условный сигнал и на всех часах одновременно будут установлены одинаковые положения стрелок (практически все мы так и поступаем, сверяя ход своих часов по сигналу, который посылается радиостанцией, как бы далеко она не была расположена).

Выше было сказано, что классическая физика основывается на принципе дальнодействия, т.е. возможности передачи сигнала (действия, информации) мгновенно на любое расстояние. Промежуточная среда при этом не оказывает никакого влияния на скорость передачи действия. Это положение важно для последующего изложения, поэтому покажем справедливость его, анализируя ряд известных читателю примеров. По классической теореме сложения скоростей (вывод ее дан в § 2)

$$u = u' + v\,,$$

где v — относительная скорость движения одной ИСО относительно другой, u и u' — скорости одного и того же объекта в рассматриваемых ИСО, следует, что величина u ничем не ограничена и в принципе может быть и бесконечно большой.

Второй закон классической механики

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

утверждает, что тело получает ускорение (тотчас же), как только на него начинает действовать сила, причем источник силы может находиться на любом расстоянии от ускоряемого тела. Эта же идея содержится и в третьем законе Ньютона (противодействие появляется тотчас же, как только возникает действие) и в законе всемирного тяготения (сила тяготения изменяется тотчас же, как только изменяется расстояние между тяготеющими телами). Ниже мы пересмотрим этот основополагающий принцип классической физики.

§ 2. Принцип относительности Галилея. Формулы Галилея. Абсолютные и относительные величины в классической физике. Инвариантность законов классической механики

В основе классической физики, ведущей свое начало от Галилея и Ньютона, лежит принцип относительности (принцип относительности Галилея), утверждающий равноправие всех ИСО. Сущность его выражена Галилеем в "Диалогах о 2-х системах мира" (1632 г.) такими рассуждениями: "Запритесь с кем-нибудь из друзей в кают-компании под палубой большого корабля, взяв с собой мух, бабочек и других небольших летающих животных. Возьмите и большой сосуд с водой, в котором плавают рыбы. Подвесьте бутыль, из которой капля за каплей вытекает вода в широкий сосуд внизу. Пока ваше судно стоит на месте, внимательно наблюдайте, как насекомые летают по помещению с одинаковыми скоростями во все стороны. Рыбы плавают как угодно, не предпочитая какого-либо направления. Капли падают в сосуд под бутылью. Если же вы бросите что-нибудь вашему

другу. то вы приложите одинаковое усилие, в каком бы направлении ни бросали, если расстояния одинаковы. Прыгая обеими ногами сразу, вы будете пролетать одинаковые расстояния в любом направлении. Тщательно пронаблюдав все это (хотя вы и не сомневались, что все будет происходить именно так, пока корабль стоит на месте), отдайте команду, чтобы корабль начал двигаться с любой скоростью, лишь бы его движение было равномерным и не подвергалось каким бы то ни было возмущениям. Ни в одном из указанных процессов вы не обнаружите ни малейших изменений и не сможете ни по одному из них узнать, движется ли ваш корабль или стоит на месте".

Все упоминаемые Галилеем явления являются механическими. Поэтому, обобщая вывод Галилея, можно утверждать, что во всех ИСО **все механические явления** при одинаковых условиях протекают одинаково. Другими словами, **законы механики одинаковы** (говорят, инвариантны) **во всех ИСО**. Поскольку, наблюдая механические явления, происходящие внутри ИСО, нельзя установить, движется эта ИСО или покоится, то принцип относительности Галилея тем самым утверждает относительность механического движения и покоя.

Из инвариантности законов механики в различных ИСО следует важный вывод о познаваемости мира. В данном случае это утверждение надо понимать так: изучив механические процессы в какой-либо ИСО, можно утверждать, что и в других ИСО, где бы они не находились, эти процессы при таких же условиях будут протекать аналогично. Принцип относительности Галилея отрицает возможность обнаружить абсолютное движение, существование которого лежит в основе ньютоновских представлений о пространстве, времени и движении. Впоследствии мы увидим, что невозможность обнаружить абсолютное движение и покой наблюдением механических процессов, послужила мощным импульсом для развития физики, поиска других способов обнаружения абсолютного движения и покоя.

Более широкое содержание принципа относительности Галилея раскрывается с помощью формул, которые получили название формул преобразования координат и времени Галилея при переходе от одной ИСО к другой. Как было сказано выше, принцип относительности Галилея утверждает, что механические процессы протекают одинаково при одинаковых условиях во всех ИСО. Поэтому достаточно воспроизвести их в одной из ИСО. Но если эти процессы наблюдаются из другой ИСО, то, очевидно, условия наблюдения изменяются. Поэтому изменятся и количественные характеристики наблюдаемых явлений. Формулы Галилея, которые мы получим ниже, позволяют связать между собой пространственные и временные характеристики механических процессов при измерении их из двух различных ИСО.

Рассмотрим две ИСО L и L', одну из них условно будем считать неподвижной (ИСО L), другую L' — движущейся слева направо относительно первой со скоростью $\vec{v}$ (рис.1). Направление движения ИСО L' примем за положительное направление оси Ox (оси $O'X'$), направление других осей координат указано на рис.1. Примем условно (в силу однородности, одинаковости хода времени) за нулевой момент времени тот момент, когда начала ИСО L и L' совпадали (не будем забывать, что инерциальные СО всегда находятся в движении, равномерном и прямолинейном!), это упростит наши расчеты.

Через некоторый промежуток времени t, когда начала ИСО

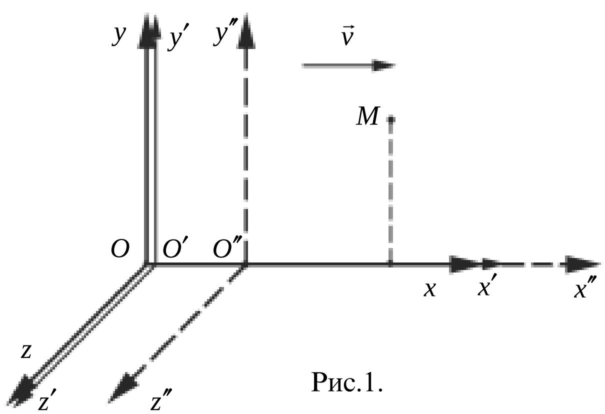

Рис.1.

точки О и O' разойдутся на расстояние OO', в некоторой точке плоскости xOy возникнет событие M. Его координаты в ИСО L: x и y. Соответственно, в ИСО L' (это видно из рис.1) координаты события M будут x' и y'. Воспользуемся рис.1 и найдем связь между не штрихованными и штрихованными координатами события M:

$$x' = x - OO' = x - vt,$$
$$y' = y, \qquad (2.1\text{-}2.3)$$
$$z' = z$$

Кроме того, исходя из абсолютности промежутков времени во всех ИСО (о чем говорилось в § 1), можно написать, что

$$t' = t. \qquad (2.4)$$

Соотношения (2.1) — (2.4) называются формулами преобразования координат и времени в классической физике или формулами преобразования Галилея. Ниже мы покажем, что в этих формулах содержатся основные представления классической физики о свойствах пространства, времени и движения.

Из формулы (2.1) непосредственно следует, что координата (пространственная характеристика) события изменяется при переходе от одной ИСО к другой, т.е. координата события является относительной величиной. С другой стороны, формула (2.4) зафиксировала фундаментальное положение классической физики: время — абсолютная характеристика события. Определяя длительность процесса с помощью равенства $\Delta t = t_2 - t_1$, получаем, что длительность процесса также является величиной абсолютной. Если два события произошли в один и тот же момент времени $t_2 = t_1$, то из равенства (2.4) следует, что это соотношение сохраняется в любой другой ИСО. Отсюда следует утверждение, что одновременность абсолютна: то, что одновременно в одной ИСО, одновременно и в другой.

Наш интерес к выяснению, какие величины являются абсолютными, а какие — относительными, имеет очень глубокий смысл: не может быть построена физическая теория без абсолютных (в её рамках) физических величин, без таких, которые сохранялись бы при рассмотрении явлений в любой ИСО. Иначе такая физическая теория не давала бы нам объективных знаний о свойствах и строении окружающего нас мира.

Получим еще ряд следствий, используя формулы преобразования координат и времени Галилея.

Абсолютность длины в классической физике.

Пусть одномерный стержень располагается в подвижной ИСО L' вдоль оси $O'x'$. Для определения длины неподвижного стержня необходимо засечь координаты его концов. Так как стержень неподвижен, то сделать это не представляет труда. Сложнее определить координаты концов тела, если оно движется. Поэтому введем следующее правило: координаты концов движущегося стержня необходимо засечь в один и тот же момент времени, т.е. одновременно. Координаты концов движущегося в ИСО L связаны с координатами его концов, измеренными в ИСО L', с помощью формулы (2.1). Напишем ее для координат начала и конца стержня:

$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 - vt_1 , \\ x_2' &= x_2 - vt_2 . \end{aligned} \tag{2.5}$$

Согласно правилу, сформулированному выше

$$t_1 = t_2 . \tag{2.6}$$

Составим разность выражений (2.5), с учетом равенства (2.6). Вводя обозначения $x_2 - x_1 = l$ и $x_2' - x_1' = l'$, где l и l' — длина стержня в ИСО L и L', получаем:

$$l' = l , \tag{2.7}$$

что и устанавливает абсолютность длины тела.

В какой бы ИСО мы не измеряли длину тела, численное значение ее всегда будет одно и то же. Таково одно из следствий формул Галилея. Повседневный опыт и “здравый” смысл находятся в согласии с этим результатом.

Теорема сложения скоростей (ТСС) в классической физике.

Эта теорема устанавливает связь между значениями скоростей одного и того же тела, полученными в двух ИСО. Будем вести речь о средней скорости, что упростит наши расчеты. Пусть за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ координаты тела изменились от x_1 до x_2 в ИСО L и от x_1' до x_2' в ИСО L' (мы рассматриваем тело в виде материальной точки, так что его положение на оси Ox (соответственно $O'x'$) определяется одной координатой). Штрихованные и не штрихованные координаты связаны между собой формулой (2.1):

$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 - vt_1 , \\ x_2' &= x_2 - vt_2 . \end{aligned} \tag{2.8}$$

Составим разность этих выражений и одновременно разделим обе стороны полученного равенства на время движения

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_2' - t_1' = \Delta t' :$$

$$\frac{x_2' - x_1'}{t_2' - t_1'} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} - v . \tag{2.9}$$

Введем обозначения, используя определение средней скорости:

$$\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = u_x \quad и \quad \frac{x_2' - x_1'}{t_2' - t_1'} = u'_{x'} . \tag{2.10}$$

Тогда равенство (2.9) запишется так:

$$u'_{x'} = u_x - v , \tag{2.11}$$

что и выражает теорему сложения скоростей одномерного движения. Переходя к бесконечно малым промежуткам времени и изменениям координат, получим точно такое же выражение для мгновенных скоростей движущегося тела. Таким образом, скорость тела в классической физике является величиной относительной, т.е. имеет разное числовое значение в один и тот же момент времени в разных ИСО.

Абсолютность относительной скорости движения одного тела по отношению к другому телу.

Под относительной скоростью данного тела по отношению к другому телу мы будем понимать разность $u_2 - u_1$, где u_2 и u_1 определяются в одной и той же ИСО, в которой движутся данные тела. Например, вдоль шоссе в одном направлении движутся две автомашины со скоростями u_1 и u_2 соответственно. Относительной скоростью первой автомашины относительно второй будет величина $u_2 - u_1$, а относительной скоростью второй автомашины относительно первой является разность $u_1 - u_2$.

Установим, изменяется ли эта величина, если определять ее для тех же тел в другой ИСО? Для этого составим формулу ТСС для каждого тела:

$$\text{для первого тела } u_1' = u_1 - v, \tag{2.12}$$

$$\text{для второго тела } u_2' = u_2 - v. \tag{2.13}$$

Исходя из определения относительной скорости, получаем:

$$u_2' - u_1' = u_2 - u_1. \tag{2.14}$$

Равенство (2.14) утверждает, что относительная скорость для двух тел является величиной абсолютной, инвариантной. Этот вывод вскоре нам потребуется при анализе классических законов движения.

Абсолютность ускорения тела.

Пусть за некоторый промежуток времени скорость тела изменяется от u_1 до u_2. Определим изменение скорости этого тела за тот же промежуток времени в ИСО L', для чего воспользуемся формулой ТСС:

$$u_1' = u_1 - v \quad \text{и} \quad u_2' = u_2 - v. \tag{2-15}$$

(Внимание! Хотя математические записи в этой задаче совпадают с записями в предыдущей задаче, но там речь шла о скоростях 2-х разных тел в один и тот же момент времени, здесь же — о скоростях одного и того же тела в разные моменты времени.)

Составим разность выражений (2.15) и разделим обе стороны равенства на промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$, в течение которого произошло изменение скорости. Согласно определению ускорения получаем, что среднее ускорение

$$a' = a. \tag{2.16}$$

является инвариантной, абсолютной величиной. Рассматривая изменение скорости за бесконечно малый промежуток времени, получим, что и мгновенное ускорение тела есть величина инвариантная, т.е. имеет одно и то же численное значение во всех ИСО.

Инвариантность формулы 2-го закона Ньютона

Запишем формулу 2-го закона Ньютона в следующем скалярном виде

$$a = \frac{F}{m}, \tag{2.17}$$

имея в виду одномерный характер рассматриваемого движения. Как известно, основной задачей механики является установление закона движения $x = x(t)$ по заданным силам и начальным условиям. Но если мы имеем возможность пользоваться любой ИСО, то возникает вопрос: а будет ли закон Ньютона таким же и в другой ИСО, будет ли уравнение закона сохранять свой вид и в новых переменных (в обозначениях ИСО L')? Чтобы получить ответ на заданный вопрос, необходимо проанализировать каждою величину, входящую в формулу закона, на предмет ее абсолютности, инвариантности. Выше было указано, что ускорение есть величина инвариантная. В рамках классической физики справедлив закон сохранения массы, установленный Ломоносовым и Лавуазье. Следовательно, масса является инвариантной величиной. Остается проанализировать те силы, которые рассматриваются в классической механике: сила трения

$$\vec{F}_{тр} = -\alpha \vec{v}_{отн},$$

сила упругости

$$\vec{F}_{упр} = -k\Delta\vec{x}$$

и сила гравитационного взаимодействия

$$F_{тяг} = \gamma \frac{mM}{r^2},$$

где α, k, γ — постоянные коэффициенты, а $\vec{v}_{отн} = \vec{u}_2 - \vec{u}_1$, $\Delta\vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$, r — соответственно относительная скорость движения одного тела относительного другого, величина деформации и расстояние между тяготеющими телами. Но все эти величины, как было показано выше, являются абсолютными, инвариантными величинами. Следовательно и формула 2-го закона механики сохраняет свой вид, и величины, входящие в нее, не изменяют своего численного значения при переходе от одной ИСО к другой при помощи формул Галилея.

Таким образом, 2-й закон механики является абсолютным, инвариантным законом, т.е. он справедлив в любой ИСО. Но это же утверждает и принцип относительности Галилея: во всех ИСО механические явления при одинаковых условиях протекают одинаково. У принципа относительности есть и другая, так называемая отрицательная формулировка: нельзя, ставя внутри ИСО механические опыты, установить, движется или покоится данная ИСО. Другими словами, равномерное, прямолинейное движение и покой относительны, нет возможности, наблюдая механические явления, обнаружить абсолютный покой и движение. Этот вывод отрицает существование абсолютного пространства и времени и связанного с ними абсолютного движения и покоя, точнее, отрицает возможность обнаружить абсолютное пространство и время, наблюдая лишь механические явления.

Но по ньютоновским представлениям такие абсолютные пространство и время должны существовать. И физики решили искать их, используя другие, немеханические процессы, например, оптические. Начался новый этап развития физики, который и привел в конце концов к возникновению специальной теории относительности, к революции в физической науке.

§ 3. Решение задач с выбором различных систем отсчета

Принцип относительности — один из основных принципов современной физики, позволяющий увидеть единство физики как науки о природе. Для выявления глубокого физического и философского содержания этого принципа необходимо в первую очередь понять роль и широко использовать систему отсчета, выступающей как физическая лаборатория.

В силу равноправия всех ИСО, исследователю предоставляется возможность выбора любой ИСО. Однако только интуиция, приобретаемая при многократных тренировках при решении задач, подскажет ту ИСО, в которой наиболее просто физически и математически предстанет изучаемый процесс. В дальнейшем мы постоянно будем работать с различными ИСО, поэтому будет естественным, если на ряде примеров покажем возможности в выборе ИСО при решении нескольких кинематических задач.

Будем следовать следующему плану решения: после анализа условия задачи и краткой записи, выбираем ту ИСО, в которой, как нам кажется (ведь все ИСО равноправны!), решение будет физически более ясным и математически более рациональным; в выбранной ИСО строим чертеж (рисунок или схему), проводим аналитическое решение; в конечное выражение для искомой величины подставляем численные значения с наименованиями. После проверки размерности ответа, находим его численное значение и, при надобности, анализируем ответ. Такой план, в принципе, пригоден для решения задач по всем разделам физики.

Задача № 1.

Лодочник, проплывая под мостом против течения, потерял запасное весло. Через некоторое время он обнаружил пропажу, развернул лодку и через час в трех километрах ниже моста догнал весло. Определить скорость воды.

Найти	$v_в$
Дано	$t = 1ч$ $l = 3км$

Решение. I вариант.

В большинстве задач, как и в данной, условие формулируется в СО "Земля". Это методически не оправдано, так как в определенной степени "абсолютизирует", выделяет в сознании эту СО. Но последуем за автором задачи и выберем эту систему отсчета в качестве рабочей СО. Итак, задача будет решаться в ИСО "Земля". Сделаем в этой ИСО чертеж, соответствующий условию задачи (рис.2).

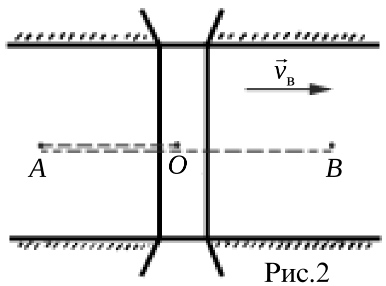

Рис.2

Введем вспомогательное время t', которое лодочник потратит для прохождения пути OA, в конце которого он обнаруживает пропажу весла. Можно составить следующие три равенства, учитывающие, согласно ТСС, что скорость лодки при движении против течения равна $(v - v_в)$, при движении по течению $(v + v_в)$, где v — скорость лодки в стоячей воде, $v_в$ — скорость течения воды:

$OB = v_в(t + t')$ — путь весла,

$OA = (v - v_в)t'$ — путь лодки до поворота,

$AB = (v + v_в)\ t$ — путь лодки от поворота до встречи с веслом.

Из чертежа видно, что $AB = OA + OB$, или

$$(v + v_в)t = (v - v_в)t' + v_в(t + t').$$

После раскрытия скобок и сокращения подобных членов с разными знаками, получаем, что

$$t = t'.$$

Таким образом, полное время движения весла (вместе с водой) равно

$$T = t + t' = 2t.$$

За это время весло проплыло со скоростью воды расстояние

$$l = v_в T,$$

откуда

$$v_в = \frac{l}{T} = \frac{3\ км}{2\ ч} = 1{,}5\ км/ч.$$

Несмотря на кажущуюся простоту решения, чрезвычайно трудным моментом его является введение вспомогательного времени t', числовое значение которого не дано в условии задачи и не известно, как его найти. Рассмотрим другой вариант решения задачи, выбрав другую ИСО.

II вариант

Поставим перед собой вопрос: нет ли такой ИСО, в которой задача решалась бы более физично, без введения вспомогательного времени t', с большим осмыслением физических понятий, встречающихся в задаче? Например, если взять ИСО "Вода" (мы будем давать название ИСО по тому объекту, с которым можно связать тело отсчета данной ИСО), то в этой СО вода неподвижна, неподвижно и весло, и лишь лодка удаляется и приближается к веслу. Причем, это движение лодки происходит в стоячей (!) воде. Поэтому потребуется одно и то же время для удаления и приближения к веслу. А так как длительность (время) в классической физике является абсолютной величиной, то и в ИСО "Вода" на возвращение лодки к веслу (как и в ИСО "Земля") потребуется 1 час. Всего же лодка в движении будет два часа (1 час "туда" и 1 час "обратно"). Столько же времени плыло весло вместе с водой относительно берега и при этом проплыло (со скоростью воды) 3 км. Следовательно, скорость весла (и воды) равна

$$v_в = \frac{l}{2t} = \frac{3км}{2ч} = 1{,}5\ км/ч$$

При решении задачи по второму варианту выбора ИСО нам пришлось исходить из таких важных для классической физики представлений, как абсолютность времени, длины и относительность скорости, инвариантность самого события, утвердиться в равноправии ИСО и существенно упростить математические расчеты. Нет сомнения, что тот читатель, который **ищет в задачах физику**, выберет 2-ой вариант решения.

Задача №2.

Начальные положения и векторы скоростей двух кораблей (самолетов, людей и т.д.) заданы графически. Корабли движутся равномерно. Каким будет наименьшее расстояние между ними?

Найти:	$l_{\min}$
Дано:	$v_1, \vec{v}_1$ $v_2, \vec{v}_2$

Решение.

Предоставляем читателю самостоятельно решить эту задачу в ИСО "Берег". При этом придется воспользоваться так называемой "теоремой косинусов", введя вспомогательное время движения. Затем минимизируя корни получающегося квадратного уравнения, найдем искомое расстояние. Решение очень сложное, больше математическое, чем физическое. Поэтому воспользуемся возможностью выбора другой равноправной (по результатам) ИСО.

Свяжем начало другой ИСО с одним из кораблей, например, с первым. Тогда в ИСО "1-й корабль" этот корабль будет неподвижным, а второй будет двигаться со скоростью $\vec{v} = v_2 - \vec{v}_1$, которая определяется по ТСС. В СО "1-й корабль" второй корабль будет двигаться по прямой ВД (рис.3). Теперь не представляет труда определить кратчайшее расстояние между кораблями: оно равно длине перпендикуляра АС, опущенного из местоположения 1-го корабля (т. А) на направление движения 2-го корабля. А так как длина в классической физике является величиной абсолютной, то и в ИСО "Берег" это расстояние между кораблями будет наименьшим. Если чертеж построен в определенном масштабе, то такое решение может дать не только качественный, но и количественный ответ.

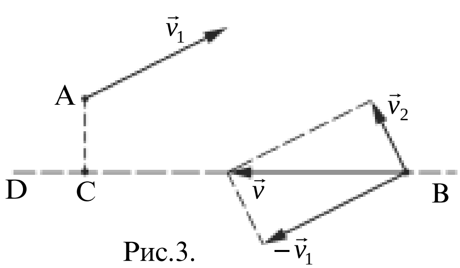

Рис.3.

Задача №3

Два велосипедиста едут навстречу друг другу. Один, имея скорость 18 км/ч, поднимается в гору с ускорением —20 см/с², другой, имея скорость 5,4 км/ч, спускается с горы с ускорением 0,2 м/с². Через сколько времени они встретятся, и какое расстояние проедет каждый до встречи, если между ними в начальный момент было 130 м?

Найти	t, l_1, l_2
Дано	$a_1 = -20\ см/с^2$, $a_2 = 0{,}2\ см/с^2$, $v_1 = 18 км/ч$, $v_2 = 5{,}4\ км/ч$, $l = 130 м$

Решение

"Стандартное" решение можно провести в ИСО "Земля". Нужно составить уравнения движения для каждого велосипедиста, учесть, что $l = l_1 + l_2$, и решить квадратное уравнение относительно t, затем рассчитать l_1 и l_2.

Но физически интереснее рассмотреть решение в СО "1-й велосипедист". И хотя сам 1-й велосипедист движется ускоренно в ИСО "Земля", но в своей СО он неподвижен. Второй же велосипедист в этой СО движется равномерно, так как по условию задачи его ускорение равно и одно направленно с ускорением 1-го велосипедиста в СО "Земля". Таким образом, благодаря выбору СО, удалось более сложное равнопеременное движение велосипедистов свести к несравненно более простому равномерному движению. В СО "1-й велосипедист" второй велосипедист движется со скоростью $(v_1 + v_2)$, что следует из ТСС. Велосипедистов разделяет расстояние в 130 м (длина — инвариантная величина!). Этот путь 2-й велосипедист пройдет за время:

$$t = \frac{l}{v_1 + v_2}.$$

Но время в классической физике — инвариант, следовательно, столько же времени оба велосипедиста будут двигаться до встречи и в СО “Земля”. Мы нашли основной ответ задачи, не решая квадратного уравнения. А теперь, зная время движения любого велосипедиста, можно определить пройденный ими путь, используя уравнение движения велосипедистов в СО “Земля”. Например, для 1-го велосипедиста

$$l_1 = v_1 t - \frac{a_1 t^2}{2}.$$

Элементарный расчет дает следующие числовые данные:

$$t = 20\,с, \quad l_1 = 60\,м, \quad l_2 = 70\,м.$$

Обратим внимание на то, что к подобной задаче сводятся движения тел, имеющих одно и то же ускорение, например, задача о свободном движении 2-х тел в поле тяжести Земли. При этом не обязательно, чтобы тела двигались навстречу друг другу, как в данной задаче.

Задача №4

Как быстрее и с наименьшей затратой энергии переправиться на лодке через реку?

Найти	$\angle\alpha$
Дано	$v_{лодки}$ $v_{воды}$

Решение

Снова (как и в предыдущей задаче) предоставим читателю решить эту задачу в “стандартной” СО — “Земля”. Мы же выберем в качестве ИСО систему отсчета “Вода”. В этой ИСО движение лодки будет происходить в стоячей воде и нам не нужно учитывать влияние течения воды. Очевидно, что в ИСО “Вода” продольную

ось лодки надо направить перпендикулярно берегам, тогда путь лодки от берега к берегу будет наикратчайшим (рис.4).

Таким образом, мы определили главное: чтобы путь лодки был наикратчайшим, нужно, чтобы она перемещалась перпендикулярно берегам. И это остается в силе при переходе к любой другой ИСО, в том числе и к ИСО “Земля”. Но следует обратить внимание на то, что траектория движения лодки в различных ИСО будет разная. Дело в том, что траектория тела обусловлена начальными условиями. Поэтому она имеет относительный характер. Так, в ИСО “Вода” траектория лодки располагается перпендикулярно берегам, в ИСО “Земля” траектория лодки составит острый угол с перпендикуляром к берегам, что обусловлено сносом лодки течением воды. Однако и та и другая траектории лодки – реальны, настоящие, но относятся к разным СО.

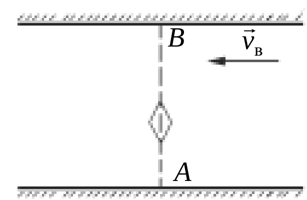

Рис.4.

Разобранные нами задачи убеждают, как важно правильно выбрать систему отсчета, и что это вообще нужно делать всегда при решении любой физической задачи. Удачно выбранная ИСО позволяет глубже вскрыть физическое содержание вопроса, во многих случаях упростить математическое описание наблюдаемой картины. Процесс осмысления условия задачи при выборе ИСО приучает анализировать, и тем самым формируется научное представление об окружающей действительности. Для дальнейшего изложения очень важно понимать, что относительность описания физических явлений и свойств материальных тел не находится в противоречии с объективностью и, следовательно, с реальностью этих явлений и свойств, сами явления происходят в любой ИСО, так как они инвариантны, с возможностью познания закономерностей материального мира.

§ 4. Принцип относительности и классическая электродинамика. Эфир. Опыты по обнаружению эфира

Инвариантность 2-го закона Ньютона относительно формул преобразования Галилея является иным выражением классического принципа относительности, равноправия всех ИСО. Отсюда следует, что, наблюдая механические явления, невозможно выделить одну ИСО из бесконечного числа этих систем отсчета. Тем самым отрицается возможность обнаружить абсолютный покой или абсолютное движение, представления о которых лежат в основе учения Ньютона о свойствах пространства, времени и движения.

В поисках абсолютной системы отсчета ученые обратились к исследованию других, не механических явлений, в частности к исследованию оптических процессов, которые, как оказалось, не сводимы к чисто механическим движениям. Не останавливаясь на истории развития оптики, укажем лишь на то. что к началу XIX в. утвердилась волновая теория света. Этому способствовало обнаружение таких явлений как интерференция, дифракция и поляризация света, которые могут быть объяснены все вместе только исходя из волновой природы света.

Волновая теория света строилась по аналогии с теорией упругих колебаний. Но для распространения механических колебаний, например, звуковых волн, необходима вещественная среда. Аналогично и в волновой теории предполагалось, что все мировое пространство, все прозрачные тела заполнены особой светоносной материей, получившей название “эфир”. Заполняя все мировое пространство, эфир мог бы служить телом отсчета в той особой, выделенной, абсолютной системе отсчета. Движение относительно эфира имело бы абсолютный характер, покой был бы абсолютным. Таким образом, изучение оптических явлений, в случае обнаружения эфира, позволило бы утвердить классическое учение о пространстве, времени и движении.

Одним из первых оптических явлений, осмысленных с рассматриваемой точки зрения, было явление аберрации света, открытое английским астрономом Брадлеем (1725 г.). Им было

обнаружено, что при наблюдении далеких звезд в течение первой половины года зрительную трубу необходимо наклонять под определенным углом к вертикали в данном месте Земли. В следующую половину периода, вследствие изменения направления движения Земли вокруг Солнца, ось трубы надо направить в противоположную сторону от вертикали.

Вскроем причину этого явления, названного аберрацией, применив метод аналогии. В безветренную погоду капли дождя падают отвесно, и, чтобы дождевые капли не попали на одежду, ручку зонта необходимо держать вертикально. Но если подует ветер (или мы пойдем, что эквивалентно с точки зрения принципа относительности), то стержень зонта необходимо наклонить навстречу ветру (по направлению нашего движения). Если ветер изменит направление (или мы повернем назад), то стержень зонта нужно также наклонить в противоположную сторону. И чем больше скорость ветра (нашего движения), тем на больший угол нужно отклонять ручку зонта от вертикали. Очевидно, что угол наклона ручки определяется не только скоростью нашего движения, но и скоростью падения капель дождя. Точно так же при наблюдении аберрации угол наклона зрительной трубы относительно вертикальной линии определяется как скоростью движения Земли вокруг Солнца, так и скоростью распространения света. Именно это понял Брадлей. Если исходить из гипотезы светоносного эфира, то явление аберрации можно объяснить, предполагая, что эфир должен быть абсолютно неподвижным в мировом пространстве. На рис. 5 схематически изображается процесс распространения света в абсолютно неподвижном эфире, что приводит к необходимости наклонять ось зрительной трубы к вертикали.

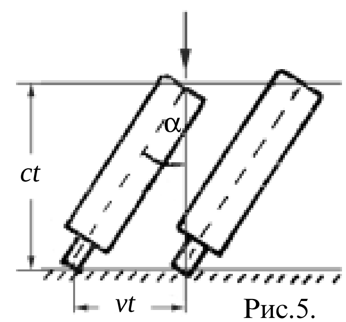

Рис.5.

Элементарные расчеты позволяют определить этот угол наклона: за время t Земля пройдет расстояние vt, двигаясь по орбите вокруг Солнца, фронт световой волны переместится от объектива до окуляра на расстояние ct. Для определения угла наклона оси трубы можно составить следующее соотношение:

$$tg\alpha = \frac{vt}{ct} = \frac{v}{c}. \qquad (4.1)$$

Астрономические наблюдения хорошо подтверждают эту формулу.

В 1818 г. французский физик Френель дал теоретическое описание опыта, в котором рассматривалось распространение света в движущейся среде. В опыте ставилась задача: выяснить, как ведет себя эфир в движущейся среде. Расчеты показывали, что эфир должен частично увлекаться движущейся средой, а поэтому в формулу теоремы сложения скоростей необходимо ввести поправку, формула принимала вид:

$$u' = u - kv. \qquad (4.2)$$

В 1851 г. французский физик Физо осуществил эксперимент, идею которого предложил Френель. Опыт дал хорошее совпадение с теоретическими расчетами. Суть опыта состояла в следующем (рис.6). Луч света от источника S попадает на

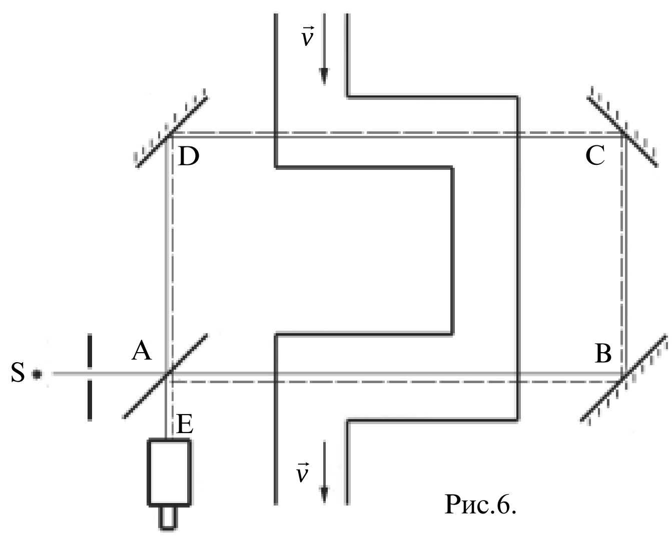

Рис.6.

полупрозрачную пластинку A и разделяется на два луча. Одна часть луча идет по пути ABCDE, другая — по пути ADCBAE. В приборе E лучи сходятся и интерферируют.

У обоих лучей условия распространения совершенно одинаковы до тех пор, пока жидкость в трубе неподвижна; если же привести в движение жидкость, то один луч будет идти по направлению тока жидкости, другой — навстречу, условия для движения лучей изменятся, возникнет оптическая разность хода, которая зависит от скорости движения жидкости. В результате изменится интерференционная картина, и по ее изменению можно судить об увлечении эфира движущейся средой. Опыт подтвердил формулу (4.2), где коэффициент k (коэффициент увлечения Френеля) оказался равным

$$k = 1 - \frac{1}{n^2},$$

n — показатель преломления движущейся среды.

Итак, опыт Физо для своего объяснения требовал, чтобы эфир частично увлекался движущейся средой.

Проблема эфира обрастала вопросами. По своему смыслу эфир должен представлять собой наилегчайшее вещество с ничтожной плотностью, чтобы не оказывать сопротивления движению тел, в том числе планетам и звездам. С другой стороны, было установлено, что световые волны являются поперечными волнами. Но такие волны могут существовать только в твердых телах, а учитывая гигантскую скорость света, нужно было считать, что плотность эфира (его упругость) также должна быть чрезвычайно большой. С другой стороны, в опыте Брадлея эфир ведет себя так, как если бы он был абсолютно неподвижным в мировом пространстве, в опыте же Физо он увлекается движущейся средой.

Но напомним, зачем эфир был нужен классической физике. Он настоятельно был необходим классической физике не только как светоносная среда, но и как среда, с которой можно было бы связать абсолютную систему отсчета, относительно которой в духе Ньютона движение и покой имели бы абсолютный характер.

Если учесть, что в явлении аберрации и в опыте Физо точность расчетов была первого порядка относительно величины $\frac{v}{c}$, то естественно возникает желание поставить опыт с точностью до второго порядка этой величины. Ученые надеялись, что тогда удастся обнаружить более тонкие эффекты проявления эфира и тем самым зафиксировать его существование однозначно.

Идею соответствующего опыта предложил английский физик Дж. Максвелл, а осуществил его в 1881 г. американский физик А. Майкельсон (позже этот ученый неоднократно повторял эксперимент, увеличивая точность измерений, но всегда получал один и тот же результат).

Суть опыта состояла в следующем: световой луч разделялся на две части при помощи полупрозрачной пластинки О (рис.7), которые далее распространялись во взаимно перпендикулярных направлениях, а затем с помощью зеркал $З_t$ и $З_2$ сводились вместе и интерферировали.

Если бы существовал "эфирный ветер", то при поворотах всей экспериментальной установки на разные углы должна была бы изменяться интерференционная картина (из-за изменения условий распространения лучей, что особенно очевидно, если угол поворота установки равен 90° и тот луч, который первоначально располагался в направлении движения Земли вокруг Солнца, оказывался в поперечном положении). Однако, этого не происходило (говорят об отрицательном результате в опыте Майксльсона), интерференционная картина не изменялась, как если бы никакого эфирного "ветра" не было. Чтобы спасти столь нужный классической физике эфир, была выдвинута гипотеза, что эфирного ветра нет потому, что эфир полностью увлекается Землей (как воздушная оболочка вокруг Земли).

Дадим элементарное математическое описание опыта Майкельсона. Выберем СО "Земля" (рис.7). Расположим первоначально плечо l_1 вдоль направления движения Земли. Скорость света в неподвижном эфире обозначим через *c*. При движении 1-го луча вдоль $ОЗ_1$ из-за эфирного ветра согласно ТСС скорость

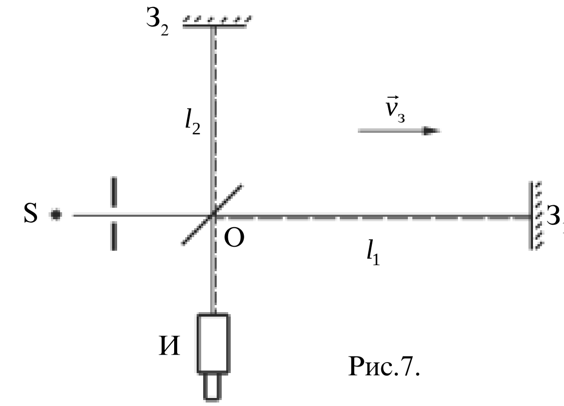

Рис.7.

света относительно прибора будет $(c-v)$ и для прохождения пути $ОЗ_1$ 1-му лучу потребуется время

$$t_1 = \frac{l_1}{c-v}.$$

После отражения от зеркала $З_1$ до возвращения к полупрозрачной пластине О 1-й луч затратит время

$$t_2 = \frac{l_1}{c+v},$$

где учтено, что эфирный ветер будет сносить световую волну к полупрозрачной пластине О и согласно ТСС результирующая скорость будет $(c+v)$.

Полное время движения 1-го луча "туда" и "обратно" равно:

$$t_1 + t_2 = \frac{l_1}{c-v} + \frac{l_1}{c+v} = \frac{2l_1c}{c^2-v^2} = \frac{2l_1}{c}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1}. \qquad (4.3)$$

Для нахождения времени движения 2-го луча перейдем в ИСО "Звезды" (рис.8). Мы имеем право это сделать ввиду равноправия ИСО (принцип относительности Галилея). Кроме того, нам нужно определить время движения 2-го луча, а эта величина в классической физике является инвариантом. Физически же переход обусловлен тем, что в ИСО "Земля" скорость света в направлении

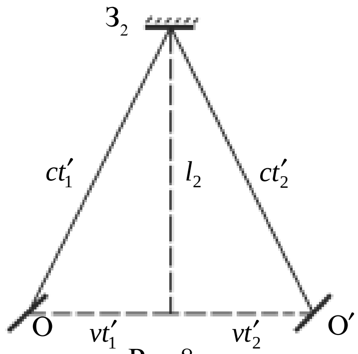

Рис.8.

О3$_2$ не равна c. В ИСО "Звезды" это затруднение c определением скорости 2-го луча устраняется, так как в этой ИСО эфир неподвижен (это исходная гипотеза относительно поведения эфира в мировом пространстве) и луч 2 действительно имеет скорость c.

Как видно из рис.8., на основании теоремы Пифагора можно составить следующее равенство:

$$v^2 t_1'^2 + l_2{}^2 = c^2 t_1'^2,$$

откуда для времени движения второго луча к зеркалу $З_2$ получаем:

$$t_1' = \frac{l_2}{c}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}. \qquad (4.4)$$

В силу симметрии рис.8 можно утверждать, что время возвращения 2-го луча к полупрозрачной пластине O' от зеркала $З_2$ равно времени прихода луча из точки O к зеркалу $З_2$: $t_2' = t_1'$. Таким образом, полное время движения 2-го луча, причем в любой ИСО (в силу инвариантности временных промежутков) равно:

$$t_1' + t_2' = \frac{2l_2}{c}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}. \qquad (4.5)$$

Определим разность времен хода 1-го и 2-го лучей до встречи у полупрозрачной пластины:

$$\Delta t = (t_1 + t_2) - (t_1' + t_2') = \frac{2l_1}{c}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1} - \frac{2l_2}{c}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}. \qquad (4.6)$$

После поворота прибора на 90^0, плечи l_1 и l_2 поменяются местами и, повторяя предыдущие выкладки, получаем для разности хода лучей в этом положении экспериментальной установки:

$$\Delta t' = \frac{2l_1}{c}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - \frac{2l_2}{c}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1}. \qquad (4.7)$$

Как видно из выражений (4.6) и (4.7), вывод которых основан на гипотезе абсолютно неподвижного в мировом пространстве эфира, величины Δt и $\Delta t'$ не равны друг другу, а это означает, что интерференционная картина на втором этапе опыта (после поворота установки на 90^0) должна отличаться от первоначальной. Однако в опыте Майкельсона и в его более точных повторениях вплоть до последнего времени никакого изменения интерференционной картины не наблюдалось.

Помимо упомянутой выше гипотезы, выдвинутой для объяснения отрицательного результата в опыте Майкельсона, о полном увлечении эфира движущимся телом (в данном случае Землей), были предложены и другие. Например, гипотеза о сокращении движущихся тел в направлении их движения (гипотеза Лоренца-Фицжеральда). И хотя она "спасала" эфир и объясняла отрицательный результат в опыте Майкельсона, но приходила в противоречие с принципом относительности Галилея, так как позволяла обнаружить абсолютно покоящееся тело, в котором нет никаких сокращений, и, следовательно, внутренних деформаций, по которым можно было бы судить, движется данное тело или покоится (абсолютно).

Другая гипотеза пыталась учесть влияние движения источника света на скорость распространения света (это так называемая "баллистическая" гипотеза Ритца, использующая аналогию движения света и движение снарядов, испущенных движущимся орудием). Но наблюдение двойных звезд, движущихся около общего центра масс, измерение скорости солнечных лучей, вышедших с диаметрально противоположных точек солнечного диска при наблюдении полного солнечного затмения (опыты советского ученого Бонч-Бруевича, 1956 г.), показали, что скорость распространения света не зависит от скорости источника света и наблюдателя. Выдвигались и другие гипотезы по объяснению отрицательного результата в опыте Майкельсона, но все они были внутренне противоречивы.

В физике эфира сложилась драматическая ситуация: мало того, что эфир обладал несовместимыми собственными свойствами (должен был иметь чрезвычайно малую плотность, чтобы не тормозить движение небесных тел, обладать гигантской упругостью подобно сверхтвердым телам, чтобы можно было объяснить огромную скорость распространения электромагнитных волн в вакууме), в трех рассмотренных выше опытах (а вообще говоря, их было значительно больше) он вел себя противоречиво. Или он должен был быть абсолютно неподвижным в мировом пространстве (только такая модель объясняла явление аберрации), или должен был частично увлекаться движущейся средой (как в опыте Физо), или полностью увлекаться движущимся телом (чтобы согласоваться с опытом Майкельсона).

Выход из этой драматической для классической физики ситуации был найден молодым немецким ученым А. Эйнштейном в 1905 году. Он понял, что все противоречия, связанные с эфиром, не случайны, а связаны с невозможностью обнаружить абсолютный покой и движение не только наблюдая механические, но и оптические, т.е. электромагнитные явления. Но при этом Эйнштейну пришлось высказать ряд революционных положений и отказаться от многих общепринятых истин классической физики.

§ 5. Постулаты Эйнштейна, их кажущаяся противоречивость. Относительность одновременности, времени и длины

В июньском номере журнала “Zeitschrift fur Fusik” за 1905 г. была опубликована работа А. Эйнштейна. “К электродинамике движущихся тел”, в которой был изложен новый подход к проблеме пространства, времени и движения. Впоследствии (по предложению немецкого ученого Г. Минковского) теория Эйнштейна получила название “Специальная теория относительности”, что подчеркивало, что она верна лишь для специальных, инерциальных систем отсчета. (В 1916 г. А. Эйнштейн создал так называемую “Общую теорию относительности”, в которой рассматриваются неинерциальные СО и которая является современной теорией тяготения.) Однако, включение в название теории слова “относительность” вызвало большую полемику при философском осмыслении ее содержания. Сейчас общепринято считать СТО материалистической теорией, современным физическим учением о свойствах пространства, времени и движения в ИСО.

С чего же начал Эйнштейн анализ кризисной ситуации, возникшей в физике в связи с проблемой эфира? Он не стал “спасать” эфир. После многолетних раздумий Эйнштейн пришел к выводу, что никакими опытами (не только механическими, но и другими, в том числе и оптическими) нельзя обнаружить абсолютное движение и покой, не существует особой, преимущественной системы отсчета и поэтому нет никакой надобности искать гипотетический эфир. Но отвергая светоносную среду — эфир, Эйнштейн утверждает тем самым материальность самого электромагнитного поля. Для распространения электромагнитных волн не нужна никакая промежуточная среда. Электромагнитное поле подобно веществу реально существует в пространстве и времени. С 1905 года в науке рассматриваются два вида материи: вещество и поле. Почти через 30 лет (в 1932 г.) была открыта обратимая реакция взаимопревращения частиц вещества (электрона и позитрона) в кванты электромагнитного поля. Тем самым было установлено диалектическое единство этих двух видов материи, возможность их взаимопревращения.

В своих рассуждениях Эйнштейн применил аксиоматический метод построения теории, основу которого составляют постулаты и определенные правила, на основании которых получается большое число выводов.

В теории Эйнштейна два постулата.

Первый постулат непосредственно связан с невозможностью экспериментально обнаружить абсолютное движение и покой. Учитывая результаты оптических (электромагнитных) опытов (в том числе и рассмотренных выше), Эйнштейн формулирует 1-й постулат так: невозможно, наблюдая любое физическое явление (а не только механическое) внутри инерциальной системы отсчета, установить, движется эта система отсчета или покоится. Тем самым окончательно отрицалась возможность обнаружить абсолютное движение и покой с помощью наблюдения любого физического явления. Этот постулат можно сформулировать и так: *во всех инерциальных системах отсчета при одинаковых условиях все физические процессы протекают одинаково*. Иными словами, *все законы природы проявляют себя одинаково во всех инерциальных системах отсчета и нет возможности выделить одну из них*.

Чтобы построить внутренне непротиворечивую теорию, Эйнштейн **вводит еще один постулат:** *свет* (*электромагнитные волны*) *в пустоте всегда распространяются с предельной скоростью, не зависящей ни от состояния излучающего тела, ни от движения приемника волн*. Иными словами, *скорость света одна и та же в вакууме во всех ИСО*. Нет ни одного опыта, который бы поставил под сомнение и этот постулат (выше мы упоминали о двух таких опытах: наблюдение движения двойных звезд, а также определение скоростей краевых лучей при наблюдении полного солнечного затмения, подтверждают независимость скорости света от скорости источника света).

Оба постулата Эйнштейна являются важными, их нумерация условна и нельзя сказать, что какой-нибудь из них обладает преимуществом. Отказываясь от одного из них, мы не сможем построить специальную теорию относительности.

Второй постулат СТО утверждает принцип близкодействия, поскольку ограничивает максимальную скорость сигнала, переносящего действие (информацию). Напомним, что классические законы механики предполагают мгновенность передачи действия, классическая механика основана на принципе дальнодействия.

Вникая в содержание постулатов, можно обнаружить, что они как будто противоречат друг другу. Покажем, что эта противоречивость постулатов кажущаяся.

Действительно, рассмотрим физический процесс в 2-х ИСО L и L', первую из них условно назовем "неподвижной", другую — "движущейся". В момент времени $t=t'$=О начала координат этих СО совпадали. В этот момент времени в месте нахождения начал координат тт. О и О' производится световая вспышка. Через некоторое время $\Delta t = \Delta t' = t_2 - t_1 = t_2' - t_1'$ системы отсчета разойдутся своими началами координат и наблюдатели в этих СО зафиксируют фронты световой волны, каждый из которых удалится от соответствующего начала координат на расстояния $R = c\Delta t = c\Delta t'$. (рис.9).

При рассмотрении процесса распространения фронта световой волны мы воспользовались обоими постулатами. На основании 1-го постулата мы считали, что в обеих СО фронт волны будет в виде сферы с центром в начале координат (рис.9). Определяя расстояние, на которое удалится фронт световой волны, мы использовали 2-й постулат. Опираясь на постулаты

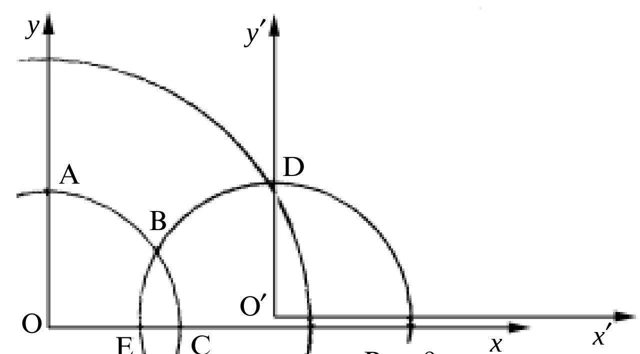

Рис. 9.

СТО, мы получили результат, абсурдный с точки зрения классической физики, с точки зрения “здравого смысла”: одна и та же световая вспышка через один и тот же промежуток времени (в классической физике длительности одного и того же процесса во всех ИСО одинаковы) будет занимать два пространственно разделенных фронта с двумя центрами.

Чтобы устранить обнаруженную противоречивость между постулатами, определим понятие “фронт световой волны”. Под фронтом световой волны понимается совокупность точек пространства, в которые световая волна приходит одновременно. Но что значит одновременно? Эйнштейн обнаружил, что строгого определения одновременности в классической физике не дано, это понятие определялось интуитивно и, как и время, имело абсолютный характер: считалось (в классической физике), что то, что одновременно происходит в одной ИСО, будет происходить одновременно в любой другой ИСО.

Согласуется ли такое понимание одновременности с постулатами Эйнштейна? Ведь очевидно, что 2-й постулат отвергает классическую теорему сложения скоростей, которая следует из формул преобразования координат и времени Галилея, а последние утверждают абсолютность промежутков времени, одновременности. Принимая за основу своих рассуждений постулаты Эйнштейна, мы должны пересмотреть основные пространственно-временные представления классической физики, в том числе и абсолютность одновременности. Для этого рассмотрим еще один мысленный (не противоречащий законам природы, но не обязательно осуществимый технически) эксперимент.

Рассмотрим те же ИСО L и L'. Пусть в СО L' находится вагон (его часто в литературе называют “вагоном Эйнштейна”), который вместе с СО L' относительно СО L слева направо вдоль оси Ох со скоростью $\vec{v}$ (в СО L' вагон неподвижен). Посредине вагона загорается лампочка. Опишем процесс прихода световых сигналов к торцам вагона с точки зрения наблюдателей, находящихся в СО L и L', учитывая при этом постулаты Эйнштейна. Наблюдатель, находящийся в вагоне (в СО L')

обнаружит, что свет дойдет до передней и задней стенок одновременно, так как скорость света по всем направлениям в вагоне одинакова и одинаково расстояние от лампочки до торцов вагона (это можно сделать с помощью приборов, объективно, независимо от наблюдателя). Иначе воспримет этот процесс наблюдатель в СО L. Хотя и для него свет распространяется от источника с одной и той же скоростью по всем направлениям, но именно из-за этого свет достигнет задней стенки раньше, чем передней. Это объясняется тем, что с точки зрения наблюдателя, находящегося в СО L, задняя стенка вагона “набегает” на световую волну, а передняя стенка “убегает” от нее. Таким образом, мы получаем принципиально новый результат, парадоксальный с точки зрения классических представлений, но непосредственно следующий из постулатов Эйнштейна: события, одновременные в одной ИСО, могут оказаться не одновременными в другой ИСО, одновременность перестала быть абсолютным понятием. Но понятие “одновременность” непосредственно связано с понятием “время”, с длительностью процесса. Отсюда следует, что длительность процесса в различных ИСО не одинакова. На основании этих новых результатов мы можем разрешить обнаруженную выше “противоречивость” постулатов Эйнштейна.

Исходя из принятого выше определения фронта световой волны, мы можем сказать, что для наблюдателя, находящегося в ИСО L, в данный момент будет только один фронт волны с точками A,B,C, а совокупность точек D,B,E он не может называть для себя световым фронтом, так как с его точки зрения в них световая волна окажется в разные моменты времени. Подобные рассуждения может провести и наблюдатель в ИСО L': для него фронтом волны в данный момент времени будет совокупность точек D,B,E, точки же A,B,C для этого наблюдателя не образуют фронт волны. Итак, для каждого наблюдателя в данный момент времени есть только один фронт и один центр этого фронта. Парадоксальная ситуация устранена.

Разрешив кажущуюся противоречивость постулатов Эйнштейна, мы получили один из принципиальных выводов СТО —

относительность промежутков времени в различных ИСО и связанную с ней относительность одновременности.

Полученный только что результат позволяет нам уточнить правило определения длины движущегося тела. Если тело неподвижно в данной ИСО, то процесс измерения его длины не представляет труда: нужно взять масштабную линейку и узнать, сколько раз она укладывается в длине тела. Но так нельзя поступать, если тело движется относительно наблюдателя. Поэтому общим правилом измерения длины тела будет следующее: под длиной тела будем понимать расстояние между отметками положений концов тела, сделанных одновременно в данной ИСО. Однако, одновременность относительна, поэтому наблюдатель, находящийся в другой ИСО, которая движется относительно первой, будет считать, что замер координат концов тела производился в разные моменты времени. Поэтому расстояние между метками для второго наблюдателя не определяет длину тела.

В теории Эйнштейна, в СТО, утверждается относительность длины движущегося тела. Вместе с тем, ни относительность временных промежутков, ни относительность длины не отрицают объективности, реальности времени и длины. В любой ИСО у процесса есть длительность, у тела — длина. Естественно, покоящееся тело в любой ИСО имеет одну и ту же длину, длительность процесса в любой ИСО, в которой он протекает в одной и той же точке, его абсолютная характеристика.

В связи с установлением зависимости длительности процессов от их состояния (движутся они или покоятся в данной ИСО), зависимости длины тела (в том числе и масштабной линейки) от того, движется оно или покоится в данной ИСО, необходимо уточнить процесс синхронизации часов и метризации пространства по сравнению с тем, как мы это делали в классической физике. Теперь мы не можем применить способ выверки хода часов, собрав их предварительно в одно место, а затем, после синхронизации, развести по своим рабочим местам. Теперь часы

необходимо сначала разместить по своим рабочим местам, а затем, используя сигнал с конечной скоростью распространения, произвести синхронизацию, учитывая время запаздывания сигнала, посланного из “центра”, где располагаются “главные” часы. В каждой ИСО этот процесс необходимо произвести независимо. Точно так же в силу относительности длины масштабного стержня, метризация пространства должна производиться в каждой ИСО самостоятельно.

§ 6. Формулы преобразования координат и времени в СТО (формулы Лоренца). Кинематические следствия из формул Лоренца

Мы установили, что постулаты Эйнштейна противоречат классическим представлениям о пространстве, времени и движении. Во-первых, отрицается существование абсолютного пространства и времени, абсолютного движения. Отказываясь от эфира как носителя электромагнитных колебаний, Эйнштейн признает материальность электромагнитного поля. Во-вторых, обнаруживается относительность одновременности, промежутков времени и длины, которые в классической физике считались абсолютными величинами. В-третьих, признание предельности скорости распространения электромагнитных колебаний в вакууме, требует отказа от классической теоремы сложения скоростей, которая не ограничивала величину скорости перемещения материального объекта.

Но все основные положения классической физики о пространстве, времени и движении математически кратко выражены в формулах преобразования координат и времени Галилея. Поэтому возникает задача получения новых формул преобразования координат и времени, которые бы удовлетворяли постулатам Эйнштейна и из которых непосредственно следовали бы полученные выше важные результаты об относительности временных промежутков, одновременности и длины.

Эти формулы должны удовлетворять очевидным требованиям: 1) формулы должны быть линейными, чтобы одной точке одной ИСО соответствовала одна точка другой ИСО. Это следует из однородности и изотропности пространства и однородности времени; 2) в границах справедливости классических представлений новые формулы должны переходить в формулы Галилея. Последнее условие вытекает из важнейшего принципа современной физики — **принципа соответствия. Этот принцип утверждает, что всякая более общая физическая теория должна содержать в себе как предельный случай предшествующую теорию**. Из принципа соответствия следует возможность установления границ применимости предшествующей теории. Ниже на формулах СТО мы покажем проявление принципа соответствия. Следует подчеркнуть, что этот принцип показывает, что во всякой относительной истине содержится нечто не переходящее, абсолютное. При построении новых теорий, ученые руководствуются принципом соответствия.

Как и во всех случаях, рассмотренных ранее, будем иметь ввиду частный случай движения одной ИСО L' относительно другой ИСО L. С учетом указанных выше требований, новые формулы преобразования координат и времени можно записать так:

$$\begin{aligned} x' &= \alpha(x - vt), \\ y' &= \beta y = y, \\ z' &= \beta z = z, \quad \beta = 1. \\ t' &= \gamma t - \delta x. \end{aligned} \tag{6.1}$$

Легко показать (и это предоставляется сделать читателю самостоятельно), что из этих формул следует и относительность длины, и относительность времени. Если же положить $\alpha = 1, \gamma = 1, \delta = 0$, то формулы (6.1) тотчас же переходят в формулы Галилея. Тем самым мы проверили требование принципа соответствия. Таким образом, нам необходимо найти явный вид коэффициентов α, γ, δ (о значении коэффициента β см. Прил. 1).

Для этого рассмотрим процесс распространения света с точки зрения двух наблюдателей, находящихся в разных ИСО (этот процесс мы рассматривали в § 5, разрешая противоречивость постулатов Эйнштейна). Фронт светового сигнала, испущенного из совпадавших в момент $t_0 = t_0' = 0$ точек 0 и $0'$, через время $\Delta t = t - t_0 = t$ по часам ИСО L и t' по часам ИСО L'' займет положение, уравнения которого для каждого наблюдателя с учетом постулатов СТО запишутся так:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 &= c^2 t^2, \\ x'^2 + y'^2 + z'^2 &= c^2 t'^2. \end{aligned} \tag{6.2}$$

В этих равенствах учтено, что для обоих наблюдателей фронт-сфера (наблюдатели равноправны), скорость света в обеих ИСО одна (2-й постулат СТО), времена t и t'' не равны друг другу (см. § 5).

Подставим формулы (6.1) во второе равенство (6.2):

$$\alpha^2 x^2 - 2\alpha^2 vxt + \alpha^2 v^2 t^2 + y^2 + z^2 = c^2\gamma^2 t^2 - 2c^2\gamma\delta\, x\, t + c^2\delta^2 x^2.$$

Сгруппируем члены с одинаковыми переменными:

$$(\alpha^2 - c^2\delta^2)x^2 + y^2 + z^2 = \left(c^2\gamma^2 - \alpha^2 v^2\right)t^2 + 2xt\left(\alpha^2 v - c^2\gamma\delta\right).$$

Чтобы это выражение совпало с формулой для фронта волны в ИСО L, необходимо выполнение условий:

$$\begin{aligned} \alpha^2 - c^2\delta^2 &= 1, \\ c^2\gamma^2 - \alpha^2 v^2 &= c^2, \\ \alpha^2 v - c^2\gamma\delta &= 0. \end{aligned} \tag{6.4}$$

Решая алгебраическую систему уравнений (6.4) методом исключения переменных, получаем, что (см. Прил. 3) :

$$\begin{aligned} \alpha = \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \\ \delta &= \frac{\alpha \cdot v}{c^2}. \end{aligned} \tag{6.5}$$

Эти значения коэффициентов α, γ, δ подставляем в (6.1), и для формул преобразования координат и времени в СТО, совместимых с постулатами Эйнштейна, получаем соотношения, которые названы формулами Лоренца:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z,$$

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{6.6}$$

Решая эти формулы относительно не штрихованных координат и времени, получаем так называемые обращенные формулы Лоренца:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z',$$

$$t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{6.7}$$

Изменение знака у членов, содержащих величину v в первой степени, связано с тем, что ИСО L движется относительно ИСО L' справа налево со скоростью (— v) (направление слева направо в обеих СО мы приняли за положительное (см. рис. 9)). У квадратных корней берем лишь знак (+), чтобы в обеих ИСО L и L' ход времени был однонаправленным.

На основании принципа соответствия и используя формулы (6.6) или (6.7), установим границы применимости положений классической физики. Как видно из формул (6.6) или (6.7), они переходят в формулы Галилея, если выполняется условие

$$\frac{v}{c} \ll 1. \tag{*}$$

Это условие означает, что рассматриваются скорости движения тел, во много раз меньшие скорости света. Так что можно сказать, что классическая физика является физикой малых

скоростей (по сравнению со скоростью света). Но, во-первых, это не означает, что СТО — это физика движений со скоростями, близкими к скорости света; во-вторых, при малых скоростях СТО также справедлива. Например, есть формула (о ней мы будем говорить ниже), которая получается только в СТО $E_0 = mc^2$, где E_0 — энергия покоящегося тела, m — его масса. Ничего подобного классическая физика не утверждала. Поэтому о классической физике (с рассматриваемой точки зрения) можно говорить как о физике, которой можно (но не всегда, хотя и часто в повседневной жизни) пользоваться, если движения тел происходят со скоростями, много меньшими скорости света (в вакууме).

С другой стороны, в классической физике скорости процессов не имеют предела (что следует из теоремы сложения скоростей), следовательно, скорость света, стоящая в знаменателе соотношения (*), в принципе, может быть бесконечно большой. Тем самым мы пришли к утверждению основного положения теории дальнодействия. Таким образом, условие (*) позволяет сказать, что классическая физика — это физика, основанная на принципе дальнодействия. Как известно, этот принцип приводит утверждению о всеобщей, абсолютной причинно-следственной связи всех событий в мире, а отсюда один “шаг” до утверждения о существовании божественной силы. Так физическое содержание науки переплетается с мировоззренческим. Признание 2-го постулата СТО — это утверждение принципа близкодействия: действие передается от точки к точке пространства с конечной скоростью. Отсюда тотчас же следует, что не могут все события в мире иметь между собой причинно-следственную связь. Далее мы будем говорить об этом очень подробно, так как СТО внесла в понимание этого вопроса принципиально новое по сравнению с классической физикой.

Относительность временных промежутков

Выше мы качественно, исходя из постулатов СТО, установили относительность промежутков времени и длины. Используя формулы Лоренца (которые основаны на постулатах

Эйнштейна), получим количественные соотношения между промежутками времени и длинами, измеренными в разных ИСО.

В тех же инерциальных системах отсчета как и раньше, которые движутся относительно друг друга равномерно и прямолинейно, рассмотрим некоторый физический процесс. Пусть в ИСО L' процесс протекает в одном месте, т. е. $x'_2=x'_1$, и длится промежуток времени $\Delta t' = t'_2 - t'_1$. Назовем эту длительность процесса собственной длительностью и обозначим через Δt_0. Очевидно, что собственная длительность процесса является абсолютной, инвариантной величиной, подобно собственной длине тела l_0. Воспользуемся четвертой из обращенных формул Лоренца (6.7) и определим длительность того же процесса с точки зрения наблюдателя, находящегося в ИСО L. Составим разность двух выражений:

$$t_i = \frac{t'_i + \frac{vx'_i}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

где i=1,2 .

Учитывая, что $x'_2 = x'_1$, получаем:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \qquad (6.9)$$

Из этой формулы следует, что наибольшую длительность процесс имеет в той ИСО, относительно которой он перемещается. При переходе к классическим представлениям, получаем известный нам результат: $\Delta t = \Delta t'$.

Имеется прямое экспериментальное подтверждение относительности длительности процессов, движущихся относительно наблюдателя (приборов). В 1935 году во вторичных космических лучах, рождающихся при столкновении первичных космических частиц, приходящих к нам со всех сторон Вселенной, с

молекулами воздуха на высоте порядка 6 км были обнаружены новые элементарные частицы, получившие название μ (мю) - мезонов. В лабораторных условиях удалось определить время их собственной жизни, оно оказалось порядка 10^{-6} с. “Прожив” столь малый промежуток времени, мю - мезоны распадаются, появляются другие частицы. Продукты распада мю – мезонов, родившихся на высоте 6 км, обнаруживаются у Земли. Но возникала проблема: как за время жизни в 10^{-6} с, даже двигаясь со скоростью света c=3.10^8 м/с, мю-мезоны могут преодолеть расстояние в 6 км. Элементарный расчет давал лишь 300 м! (То, что распад происходил у поверхности Земли, было обнаружено экспериментально). Разрешить парадокс смогла лишь СТО, исходя из относительности временных промежутков. Действительно, промежуток времени $\Delta t = 10^{-6}$ с — это время жизни мю-мезона в ИСО, в которой он неподвижен, то есть это собственная длительность жизни мезона. Назовем эту ИСО СО “Мезон”. В ИСО “Земля” время жизни мезона будет в тысячи раз больше, все определяется скоростью его движения. И нет ничего удивительного, что за большее время жизни в ИСО “Земля” мезон пролетает расстояние в несколько километров от места своего рождения до поверхности Земли. Читателю предоставляется возможность решить эту задачу в ИСО “Мезон” и убедиться, что любое явление само по себе инвариантно, т. е. должно наблюдаться во всех ИСО (но не обязательно одинаково!). В этом (втором) варианте задачи все же придется объяснить, как за время в 10^{-6} c мезон “встретится” с Землей? На этот вопрос мы сможем дать ответ, познакомившись с относительностью длины движущегося тела.

Относительность длины движущегося тела.

В движущейся ИСО L' вдоль оси $O''x''$ неподвижно располагается одномерный стержень. Замеряя координаты концов стержня в этой ИСО x''_1 и x''_2 определим его длину $l'=x''_2—x''_1$. В любой другой ИСО, в которой этот стержень будет покоиться, его длина будет такой же. Назовем такую длину тела в покое, которая будет его абсолютной характеристикой, собственной длиной тела и обозначим ее так: l_0. Обратим внимание на то, что в наших рассуждениях появилась еще одна абсолютная, инвариантная величина . Значит, не все в теории относительности относительно! (К этому вопросу мы также будем возвращаться не раз.)

Руководствуясь правилом определения длины движущегося тела, замерим одновременно координаты начала и конца стержня, находясь не в ИСО L', а в ИСО L, получаем x_1 и x_2. Воспользуемся первой формулой в (6.6), которая связывает не штрихованные и штрихованные координаты концов стержня. Составляя разность соответствующих выражений,

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - vt_2 - x_1 + vt_1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

где учтено, что $t_2 = t_1$.

Вводя для длины движущегося тела обозначение $l = x_2 - x_1$, получаем еще одну знаменитую формулу СТО:

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}. \qquad (6.8)$$

Из этой формулы следует: 1) длина движущегося тела является относительной величиной, численное значение ее в разных ИСО разное. Иногда говорят о “сокращении” длины движущегося тела. Это неверно, так как никакого сокращения длины тела не происходит, эффект относительности длины является следствием постулатов Эйнштейна, а не динамических процессов внутри тела; 2) длина тела в ИСО, относительно которой тело движется, меньше его собственной длины. Но обе длины реальны, объективны и могут быть зафиксированы приборами; 3) если положить $v = c$, то длина движущегося тела окажется равной нулю. Однако (это будет показано ниже) ни одно тело (кроме квантов электромагнитного поля) не может двигаться со скоростью света, а поэтому ни в одной ИСО длина вещественного тела не может равняться нулю. Протяженность

тела — его объективная, и в этом смысле, абсолютная характеристика, а численное значение этой характеристики зависит от условий измерения этой величины.

Не представляет труда рассмотреть связь длин того же стержня, если он неподвижен в ИСО L и движется относительно ИСО L'. Количественная связь между этими длинами будет найдена с помощью первой из обращенных формул Лоренца (6.7), с учетом то го, что $t_2' = t_1'$, так как теперь в один и тот же момент времени нужно определять координаты, находясь в ИСО L'. Вводя соответствующие обозначения, мы получим

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

где lo — длина стержня в ИСО L, где он покоится, l— длина стержня в ИСО L', относительно которой стержень движется. Эта формула в точности совпадает с формулой (6.8), в чем проявился принцип относительности СТО, равноправия ИСО. Читатель легко проверит выполнимость принципа соответствия.

Теорема сложения скоростей в СТО.

Теорема сложения скоростей находит большое практическое приложение. Поэтому данная задача имеет не только теоретический интерес.

Пусть в момент времени $t_0 = t''_0 = 0$ начала координат точки 0 и O'' ИСО L и L'' совпадали, там же находилось наблюдаемое тело. Через некоторое время t (по часам ИСО L) и t'' (по часам ИСО L') тело оказалось в точке с координатой x (в ИСО L) и соответственно x' (в ИСО L'). Все эти величины связаны формулами Лоренца (6.6) или (6.7). Если первые три равенства в (6.6) разделим на четвертое, то получим следующие выражения:

$$\frac{x'}{t'} = \frac{\frac{x}{t} - v}{1 - \frac{v}{c^2}\cdot\frac{x}{t}}; \qquad \frac{y'}{t'} = \frac{\frac{y}{t}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c^2}\cdot\frac{x}{t}}; \qquad \frac{z'}{t'} = \frac{\frac{z}{t}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c^2}\cdot\frac{x}{t}}.$$

По определению скорости величины $\frac{x}{t}, \frac{x'}{t'}$ и т. д. определяют проекции средней скорости тела на соответствующие оси координат. Вводя обычные обозначения, запишем релятивистскую теорему сложения скоростей в виде следующих трех равенств:

$$u'_{x'} = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}, \qquad u'_{y'} = \frac{u_y\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{u_x v}{c^2}}, \qquad u'_{z'} = \frac{u_z\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{u_x v}{c^2}}. \qquad (6.10)$$

Уже один вид этих формул говорит о том, что мы получили совершенно новую, отличную от классической, теорему сложения скоростей. Все проекции скорости в ИСО L' зависят от проекции u_x ИСО L. Кроме того, в классической физике мы получили, что $u'_{y'} = u_y$; $u'_{z'} = u_z$. В СТО же все три проекции скорости преобразуются при переходе от одной ИСО к другой. Принцип соответствия выполняется тотчас же, как только мы пренебрежем членами

$$\frac{v^2}{c^2} << 1, \qquad \frac{v}{c^2} << 1 \quad : u'_{x'} = u_x - v, \quad u'_{y'} = u_y, \quad u'_{z'} = u_z.$$

Естественно ожидать, что формулы ТСС СТО не противоречат утверждению, что скорость света является предельной скоростью и не зависит от скорости движения источника, с которым можно связать подвижную ИСО. Действительно, рассмотрим гипотетический опыт, когда ИСО L' движется со скоростью света $v = c$ и в ней посылается световой сигнал с той же скоростью $u'_{x'} = c$ (ниже мы обсудим вопрос: можно ли с фотоном — квантом света связать ИСО и покажем, что это нельзя сделать принципиально). Разрешив первую формулу ТСС СТО относительно не штрихованной скорости u_x, получаем:

$$u_x = \frac{u'_{x'} + v}{1 + \frac{u'_{x'} v}{c^2}} = \frac{c + c}{1 + \frac{c \cdot c}{c^2}} = \frac{2c}{c} = c.$$

Опираясь на формулы ТСС СТО и обходясь без эфира$_{\text{г}}$ объясним и явление аберрации, и результаты опытов Физо и Майкельсона.

Явление аберрации.

В ИСО “Звезда”, Землю мы считаем движущейся относительно звезд, пост-роим треугольник скоростей (рис. 10),

где $u'_{x'}$ – скорость движения Земли в мировом пространстве, $u'_{y'} = -c$ – скорость света, идущего от звезды.

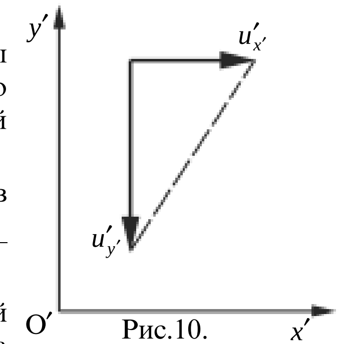

Рис.10.

Составим отношение проекций скоростей, что определит тангенс угла наклона оси зрительной трубы:

$$tg = \frac{u'_{x'}}{u'_{y'}} = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \cdot \frac{1 - \frac{u_x v}{c^2}}{u_y\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{u_x - v}{u_y\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

В ИСО L-“Земля” проекция скорости света на направление оси Ox u_x принимается равной нулю, так мы рассматриваем распространение света только в направлении оси Oy, в направлении к Земле. Отбрасывая малый член $\frac{v^2}{c^2}$, получаем в классическом приближении

$$tg\alpha \approx \frac{v}{c}.$$

Именно такой же результат получался в классической физике в предположении абсолютно неподвижного в мировом пространстве эфира. Мы же с самого начала построения СТО отказались от гипотетического эфира и пришли к классическому результату, исходя из ТСС.

Опыт Физо.

Воспользуемся первой формулой ТСС СТО, так как свет в опытной установке распространяется вдоль трубы, направление которой можно принять за ось Ox:

$$u'_{x'} = \frac{u_x - v}{1 - \dfrac{u_x v}{c^2}}.$$

Так как второй член в знаменателе мал (v — скорость воды!), то можно применить приближенную формулу деления:

$$\frac{1}{1-\alpha} \approx 1 + \alpha, \text{ где } \quad \alpha = \frac{u_x v}{c^2}.$$

Тогда

$$u'_{x'} \approx (u_x - v)\left(1 + \frac{u_x v}{c^2}\right) = u_x - v + \frac{u_x^2 v}{c^2} - \frac{u_x v^2}{c^2}.$$

Сгруппируем второй и третий члены и пренебрежем последним (четвертым):

$$u'_{x'} = u_x - v\left(1 - \frac{u_x^2}{c^2}\right).$$

Учитывая, что $u_x = \dfrac{c}{n}$ —скорость света в стоячей воде, где n — показатель преломления воды, получаем:

$$u'_{x'} = \frac{c}{n} - v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{c}{n} - kv, \quad где \quad k = 1 - \frac{1}{n^2},$$

что и требовалось показать.

Опыт Майкельсона.

Результат этого опыта объясняется непосредственно, если принять 2-й постулат Эйнштейна. Из опыта следовало, что если существует эфир, то он должен полностью увлекаться движущейся средой. Только в этом случае наблюдаемая интерференционная картина не будет изменяться при повороте установки, в полностью увлекаемом эфире скорость света действительно будет одной и той же по всем направлениям. Но второй постулат СТО как раз и утверждает постоянство скорости света по всем направлениям, и предельность ее в вакууме, не используя гипотетическую среду — эфир. Таким образом, опыт Майкельсона в СТО объясняется естественным образом, если исходить из постулатов Эйнштейна.

Еще раз о предельности скорости света в вакууме.

Покажем, что если принять постулаты Эйнштейна и следующие из них формулы Лоренца, то предельность скорости света в вакууме требуется законом причинности, утверждающим, что событие-причина всегда предшествует событию-следствию. Доказательство проведем “от противного”. Допустим, что существует сигнал, распространяющийся со скоростью $V>c$. Тогда за время t этот сигнал удалится от места возникновения на расстояние $x=V\cdot t$. Подставим эту величину в четвертую формулу Лоренца:

$$t' = \frac{t - \dfrac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{\left(1 - \dfrac{vV}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \cdot t$$

Всегда можно указать скорость v (в пределах от 0 до c), чтобы выполнялось неравенство ($V>c$!):

$$\frac{vV}{c^2} > 1.$$

Тогда положительному течению времени в ИСО L будет соответствовать отрицательное направление хода времени в ИСО L', в ИСО L' причина поменяется со следствием в своей очередности, что противоречит закону причинности. До сих пор не было обнаружено ни одного случая отклонения от закона причинности, поэтому его называют абсолютным законом природы. Таким образом, сделанное допущение о существовании сигнала, превышающего скорость света в вакууме, невозможно. Вместе с тем, следует заметить, что в любой прозрачной среде с показателем преломления $n > 1$ скорость света будет равна c/n, что меньше скорости света в вакууме. В такой среде, например, элементарные частицы могут двигаться со скоростями, большими, чем c/n и это не противоречит предельности скорости света в вакууме.

§7. Задачи по кинематике СТО

Нет лучшего способа проверить знание теории, чем решение задач. Все рассматриваемые ниже задачи сопровождаются кратким текстом решения. Но желательно, чтобы читатель сначала наметил свое решение, а затем сопоставил его с приводимым текстом.

Задача № 1.

У писателя С. Я. Маршака есть такое стихотворение, разобраться в котором можно только на основе СТО.

Честь друзьям, вперед смотрящим,
Звездолетчикам бесстрашным,
Что зовем мы настоящим —
Вы считаете вчерашним.

Обратив же в час свободный
Взор к Земле, к друзьям, вас ждущим,
Наше здешнее “сегодня”
Вы считаете грядущим!

Прокомментируйте стихотворение, исходя из относительности временных промежутков.

Решение.

В первом четверостишье поэт рассматривает полет звездолетчиков (сейчас мы их называем космонавтами), находясь в ИСО “Земля”. Моменту времени на Земле t_0 на корабле, который движется относительно Земли, будет соответствовать момент времени

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

что больше t_0. Поэтому у космонавтов, с точки зрения землян, пройдет больше времени и то, что для нас (землян) “настоящее”, например, момент окончания составления первого четверостишья, для них — “вчерашнее”.

Во втором четверостишье собственным временем считается время, отсчитываемое по корабельным часам t_0. С точки зрения космонавтов на Земле этому моменту t_0 будет соответствовать момент времени

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

что больше t_0.

Это и означает, что наше (земное) “сейчас”, с точки зрения космонавтов, наступит позже.

Примечание. При решении задач на относительность временных промежутков нужно всегда помнить, что часы в каждой ИСО идут совершенно одинаково (системы отсчета совершенно равноправны!), **но с точки зрения наблюдателя**, мимо которого перемещается другая ИСО, в последней “пройдет” больший промежуток времени. Именно так надо понимать относительность временных промежутков.

Задача № 2.

Через помещение, ширина которого l_0, пролетает стрела, влетев в окно и вылетев через дверь, расположенную напротив окна. Собственная длина стрелы также l_0. Прокомментировать процесс полета стрелы с т. з. двух наблюдателей, один из которых находится в ИСО “Комната”, другой — в ИСО “Стрела”, т.е. летит вместе со стрелой.

Решение

Для наблюдателя, находящегося в ИСО "Комната", размеры летящей стрелы меньше ширины комнаты

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\ .$$

Поэтому он зафиксирует одновременное нахождение концов стрелы в помещении. С т. з. наблюдателя, находящегося в ИСО "Стрела", ширина комнаты меньше размеров стрелы и ее концы не могут одновременно находиться в помещении. "Парадокс" стрелы разрешается на основании относительности одновременности: то, что одновременно в одной ИСО (одновременное нахождение концов стрелы в помещении), не одновременно для другого наблюдателя, находящегося в движущейся ИСО. Сам факт пролета стрелы через помещение будут наблюдать во всех ИСО (в ИСО "Стрела" комната "пролетает" мимо стрелы, но это равноценно с т.з. принципа относительности). Эта задача позволяет нам еще раз утвердить объективность, инвариантность любого физического события или процесса.

Задача № 3.

В § 6 была рассмотрена задача о жизни мю-мезона. На основании относительности временных промежутков было объяснено (в ИСО "Земля"), как за малое собственное время жизни мезон может преодолеть расстояние в десятки километров. Читателю предоставлялась возможность самостоятельно объяснить этот процесс с т. з. наблюдателя, связанного с мезоном. Предлагаемое ниже решение может служить проверкой правильности данного читателем решения.

Решение

В ИСО "Мезон" сама частица неподвижна и ее собственное время жизни порядка 10^{-6} с. Даже двигаясь со скоростью света, элементарная частица смогла бы пролететь всего лишь 300 метров! И все же встреча мезона с Землей должна состояться и в

ИСО "Мезон" — событие инвариантно! Обратим внимание на то, что в ИСО "Мезон" движущейся является Земля, она "падает" на мезон. Поэтому для наблюдателя, находящегося в ИСО "Мезон", Земле нужно пролететь не десятки километров, а согласно формуле

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\ ,$$

т.е. во столько же раз меньше, во сколько собственное время жизни мезона в ИСО "Мезон" меньше его времени жизни в ИСО"Земля". В результате за меньшее время (за собственное время жизни мезона) Земля "может преодолеть" меньшее расстояние, разделяющее ее и мезон в ИСО "Мезон".

Задача №4.

Показать, что объемная плотность зарядов больше в той ИСО, относительно которой заряды движутся.

Решение

Еще в XIX в. М. Фарадеем было доказано, что алгебраическая сумма зарядов замкнутой системы есть величина постоянная (закон сохранения электрического заряда). Но в задаче речь идет об объемной плотности электрических зарядов, которая, как мы покажем ниже, является в СТО относительной величиной. Действительно, по определению средняя объемная плотность зарядов равна

$$\rho = \frac{\Delta q}{\Delta V}\ ,$$

где Δq заряд, находящийся в объеме ΔV . Но объем тела есть величина относительная, и он меньше в той ИСО, относительно которой тело движется. Если ΔV_0 — объем покоящегося тела, то

$$\Delta V = S \cdot l = S \cdot l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = V_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

тогда

$$\rho = \frac{\Delta q}{\Delta V_0 \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\rho_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} > \rho_0,$$

что и требовалось доказать.

Задача № 5.

В ИСО L из пунктов A и B, расстояние между которыми lo, одновременно стартуют два космических корабля навстречу друг другу со скоростями, соответственно равными u и 2u. Определить, сколько времени пройдет до их встречи с точки зрения земного наблюдателя .

Запишем задачу кратко (предыдущие задачи по сути были качественные).

Найти	$\Delta t_{01}, \Delta t_{02}$	**Решение**
Дано	l_0 $v_1 = u$ $v_2 = 2u$	

Следуя условию задачи, которое дано в ИСО "Земля", выберем ее за ИСО *L*. Сделаем чертеж в этой ИСО:

A $\bullet\!\xrightarrow{\vec u}$ C $\bullet$ $\xleftarrow{2\vec u}\!\bullet$ B

Общая формула, связывающая собственное время движения кораблей (которое нам надо определить) с земным временем, запишется так

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

где *v* — скорость движения каждого корабля относительно Земли, она разная у кораблей.

По условию задачи в ИСО "Земля" корабли должны до встречи пролететь общее расстояние /о, которое можно разделить на два участка: $l_1 = u \cdot \Delta t$ и $l_2 = 2u \cdot \Delta t$,

где учтено, что время движения обоих кораблей до встречи одинаково.

Далее, учтем, что $l = l_1 + l_2$.

Из этих равенств определяем время движения кораблей в ИСО "Земля": $\Delta t = \frac{l_0}{3u}$. Используя общую формулу для относительности временных промежутков, рассчитываем Δt_{01} и Δt_{02}:

$$\Delta t_{01} = \frac{l_0}{3u}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}; \qquad \Delta t_{02} = \frac{l_0}{3u}\sqrt{1-\frac{4u^2}{c^2}}.$$

Обратим внимание на то, что Δt_{01} и Δt_{02} - столько времени пройдет до встречи кораблей с точки зрения земного наблюдателя. На кораблях же ход часов такой же, как и на земле: собственное время движения кораблей есть величина инвариантная и равна (в нашем случае) $\Delta t_0 = \frac{l_0}{3u}$.

Задача № 6.

Рассмотрим задачу, получившую в литературе название "парадокс близнецов". Суть ее в следующем. Один из близнецов находится на Земле, второй совершает путешествие на космическом корабле. Утверждается, что когда второй близнец возвратится на Землю, он обнаружит новое поколение людей, так как по земным часам пройдет больше времени, чем по его "собственным часам".

Все это действительно когда-нибудь произойдет, но предсказывает это не специальная, а общая теория относительности, построенная А. Эйнштейном в 1916 году. Дело в том, что СТО рассматривает только ИСО, а из 2-х рассматриваемых в задаче систем отсчета "Земля" и "Корабль", одна ("Корабль") заведомо не инерциальная: чтобы возвратиться на Землю, космонавту придется двигаться с ускорением (чтобы изменить направление движения), а поэтому рассуждения СТО на этом участке движения об относительности временных промежутков непригодны. Именно в общей теории относительности рассматриваются не инерциальные СО и показывается абсолютное замедление хода времени в них. Все попытки на основе СТО объяснить парадокс близнецов содержат принципиальную неточность: разворот корабля считается мгновенным, а это неверно.

Для дальнейшего закрепления материала по кинематике СТО отсылаем читателя к специальным задачникам по СТО (см. список литературы, а также прил. 5).

§ 8. Интервал, его инвариантность. Два вида интервала. Световой конус

Как и в любой другой физической теории, в СТО помимо относительных величин, численное значение которых связано с выбором СО, имеется определенное количество абсолютных характеристик. По сравнению с классической физикой, СТО изменила соотношение числа и вида абсолютных и относительных величин. Так, длина из ранга абсолютных величин перешла в ранг относительных. Однако длина тела в покое есть его абсолютная характеристика. Абсолютной величиной является и собственная длительность события, абсолютной величиной является и скорость света в вакууме. Поэтому неверно утверждение, что будто бы СТО "все сделала относительным". Наоборот, СТО обнаружила более глубокие свойства окружающего нас мира, его объективность, его познаваемость.

Среди новых, отсутствовавших в классической физике, абсолютных величин СТО вводит так называемый интервал. Особенностью этой величины является то, что она **связывает пространст**венные и временные характеристики двух событий. Интервал вводится следующим образом, его квадрат определяется так:

$$S^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2-c^2(t_2-t_1)^2, \qquad (8.1)$$

где индекс 1 относится к первому событию, индекс 2 — ко второму.

Первые три слагаемые определяют пространственное расстояние между двумя событиями, четвертое слагаемое связано с промежутком времени наступления этих событий (умноженного на скорость света). Хотя длина и промежуток времени в СТО — относительные величины, но их комбинация в форме интервала является абсолютной величиной. Докажем инвариантность интервала. Упростим предварительно форму его записи, связав с одним из событий начало координат и счет времени будем вести от момента возникновения этого события, т. е. мы будем считать $x_1=y_1=z_1=0,\quad t_1=0$. Тогда формула интервала (8.1) запишется так:

$$S^2=x^2+y^2+z^2-c^2t^2. \qquad (8.2)$$

При этом мы опустили индекс 2, но будем помнить, что и в такой форме интервал по-прежнему связывает два события. Воспользуемся обращенными формулами Лоренца (6.7) и подставим их в формулу (8.2). После приведения к общему знаменателю 1-го и 4-го членов, раскрытия скобок и сокращения подобных членов, получаем:

$$\begin{aligned}S^2&=\frac{(x'+vt')^2}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}+y'^2+z'^2-c^2\frac{\left(t'+\dfrac{vx'}{c^2}\right)^2}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}=\\&=x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2.\end{aligned} \qquad (8.3)$$

Мы доказали, что интервал в любой ИСО имеет один и тот же аналитический вид, одно и то же числовое значение, т. е. является абсолютной, инвариантной величиной. На смену по отдельности относительным величинам — длине и промежуткам времени — в СТО вводится новая абсолютная величина — интервал.

Если ввести такие обозначения $x = x_1, y = x_2, z = x_3, t = x_4$, то интервал запишется через эти четыре координаты, которые определяют пространственно-временное положение одного из событий по отношению к другому, находящемуся в начале координат. Эта четверка чисел x_i, где $i = 1,2,3,4$ характеризует точку в "четырехмерном пространстве-времени", будем называть эту точку — мировой точкой события. В введенном нами 4-мерном пространстве-времени все 4 координаты относительны (вспомним, что в классическом трехмерном пространстве пространственные координаты были относительны, а время было абсолютным), при переходе от одной ИСО к другой все они преобразуются по формулам Лоренца. Однако, полного равенства между пространственными координатами и четвертой временной координатой в СТО все же нет: в пространстве можно перемещаться в любом направлении, время же течет от прошлого к будущему, вернуться в прошлое СТО не разрешает. Абсолютность интервала имеет еще и то значение, что указывает нам на необходимость при рассмотрении любых событий определять не только их расположение в пространстве, но и моменты времени, когда эти события происходят (см. Прил. 4).

Интервал содержит в себе и еще одно, принципиально новое по сравнению с классической физикой, содержание. Для выяснения этого свойства интервала введем следующие обозначения:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2; \quad t = T. \tag{8.4}$$

Тогда интервал запишется так:

$$S^2 = R^2 - c^2T^2. \tag{8.5}$$

Рассмотрим два события, для которых справедливо условие:

$$S^2 = \left(R^2 - c^2T^2\right) > 0 \quad \text{или} \quad R > cT. \tag{8.6}$$

Это неравенство означает, что даже световой сигнал, который в СТО считается самым быстрым, предельным (в вакууме) не сможет преодолеть расстояние R, разделяющее два события (напомним: интервал связывает два события!) за время чередования этих событий T. Но это означает, что между данными

двумя событиями не может быть причинно-следственной связи, причем, ни в одной ИСО, так как интервал абсолютен и если квадрат его в одной ИСО больше нуля, то и в любой другой ИСО $S^2 > 0$. Такой интервал получил название пространственно - подобного интервала. В этом названии подчеркивается одно из свойств пары событий: их расположение в пространстве абсолютно. Если в одной ИСО 1-е событие ближе к началу координат, чем второе, то и в любой другой ИСО такое расположение в пространстве сохраняется (хотя само расстояние между событиями — величина относительная).

Рассмотрим теперь такую пару событий, для которой выполняется условие $R<cT$. Это означает, что световой сигнал может преодолеть расстояние R, разделяющее события, за время их чередования T. Но тогда между данной парой событий может (хотя и не обязательно) существовать причинно-следственная связь. Для такого интервала справедливо неравенство

$$S^2 = \left(R^2 - c^2T^2\right) < 0. \tag{8.7}$$

и оно выполняется в любой ИСО в силу абсолютности интервала. Этот интервал называется временно-подобным, в названии подчеркивается существенное для данной пары событий: их абсолютная временная последовательность.

Так с помощью интервала все события в мире по отношению к данному событию можно разделить на два не переходящих друг в друга класса событий: 1) события, которые с данным событием могут иметь причинно-следственную связь; 2) события, которые с данным не имеют причинно-следственной связи. Подчеркнем, что все события рассматриваются по отношению к данному. Чтобы решить, как эти события соотносятся между собой, необходимо и для них составить выражение интервала и определить его знак, а далее рассуждать так, как это сделано выше.

Мог ли быть подобный критерий причинно-следственных связей в классической физике? Как уже было показано выше (§ 6), классическая физика основана на принципе дальнодействия, т.е. предполагается существование сигнала, распространяющегося на любое расстояние мгновенно. Отсюда следует, что между любой парой событий, по классическим представлениям, может существовать всеобщая причинно-следственная связь. Говорят, что классическая физика основана на абсолютном детерминизме. Таким образом, признание предельности скорости света в вакууме, утверждение принципа близкодействия, позволяет физике правильнее, глубже выяснить взаимосвязь и взаимообусловленность событий в мире. В этом одна из заслуг специальной теории относительности.

Задачу о характере связи между парой событий позволяет графически решить пространственно-временная диаграмма, получившая название “световой конус”. Его образующие удовлетворяют условию $|R| = |cT|$, при выполнении которого $S^2 = 0$. Соответствующий интервал получил название светоподобного интервала, (рис. 11). На осях пространственно-

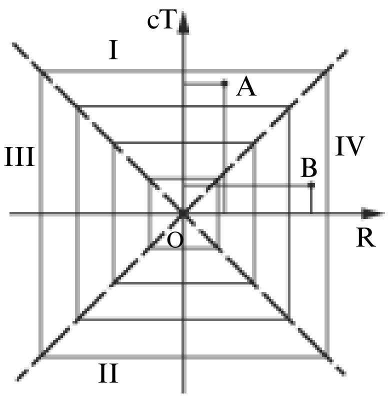

Рис. 11.

временной диаграммы откладываются однородные величины R и cT, поэтому биссектрисы углов удовлетворяют уравнению $|R| = |cT|$, которое является уравнением движения светового луча, испущенного из начала координат в нулевой момент времени. Одно из событий помещаем в начало координат. Другое пусть определяется координатами т. А. Из диграммы видно, что для событий О и А $R < cT$, т. е. $S^2 < 0$. Следовтельно, эти события являются временно-подобными, их чередование во времени

абсолютно, между ними может быть причинно-следственная связь.

Рассматривая события О и В, для которых $R > cT$, устанавливаем, что они являются пространственно-подобными, ни в одной ИСО между ними не может быть причинно-следственной связи, так как даже самый быстрый световой сигнал, испущенный из точки О, за время T чередования событий не может преодолеть расстояние, разделяющее события, не может тем самым повлиять на событие В.

Возникает вопрос: в какой причинной связи находятся между собой события А и В? Для ответа на этот вопрос необходимо построить новую пространственно-временную диаграмму с началом в одном из этих событий, сохраняя направление осей, и провести рассуждения, аналогичные предыдущим.

Прямые $|R| = |cT|$ являются пространственно-временными траекториями световых лучей. С их помощью пространственно-временная плоскость разделяется на четыре квадранта, каждой точке которых (мировой точке) соответствует какое-либо событие. Все события, происшедшие в момент времени $T>0$ и которым соответствуют мировые точки в 1-м квадранте, происходят в будущем по отношению к событию О, причем это утверждение имеет абсолютный характер. Точно также все события, мировые точки которых располагаются во 2-м квадранте, произошли в прошлом по отношению к событию О. 2-й квадрант определяет события, абсолютно прошлые по отношению к событию в т. О.

В квадрантах 3-м и 4-м находятся мировые точки событий, которые по отношению к событию О находятся абсолютно слева или справа, и это утверждение сохраняется в любой другой ИСО, так как для этих событий абсолютным является расположение в пространстве, временной же порядок каждого из этих событий по отношению к событию О — относителен.

§ 9. Четырехмерный мир Минковского

Читателю, наверное, известно, что классическая механика имеет несколько различных математических представлений: механика в форме Ньютона, Гамильтонова форма классической механики, Лангранжева форма и т.д. Каждое из них целесообразно применять для решения задач определенного круга. Но все они, в принципе, равноценны.

После такого замечания, читатель не будет удивлен тому, что в 1909 г. немецкий математик Г. Минковский придал формулам СТО более симметричный вид, введя вместо обычных обозначений пространственных координат *x, y, z* и времени *t,* симметричные четыре координаты: x_1, x_2, x_3, x_4. Однако в отличие от ранее введенных в §8 подобных координат, четвертая координата Минковского x_4 связана со временем иначе, а именно так:

$$x_4=ict. \tag{9.1}$$

Мнимость этой координаты не имеет никакого физического смысла и введена для симметризации формул СТО. В конечных выражениях мнимость устраняется, и мы снова получаем реальные пространственные координаты и время. Следует заметить, что первоначально ряд физиков и философов воспринимали мнимость четвертой координаты не так однозначно. Если учесть, что именно Минковский назвал изучаемую нами теорию *специальной теорией относительности,* а ряд ученых делали акцент на последнем слове в названии, то можно понять, почему первоначально не все ученые воспринимали СТО как материалистическое учение.

Совокупность четырех координат x_1, x_2, x_3, x_4 однозначно определяет событие в 4-мерном мире пространства — времени. Изменение состояния объекта, изменение хотя бы одной из 4-х координат (а x_4 связана со временем и изменяется непрерывно) приводит к перемещению мировой точки. Непрерывная последовательность мировых точек, определяющих состояние одного и того же объекта, образует мировую траекторию.

Используя обозначения Минковского, запишем формулы Лоренца и интервал:

$$x_1' = \frac{x_1 + i\beta x_4}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad x_2' = x_2; \quad x_3' = x_3; \quad x_4' = \frac{x_4 - i\beta x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{9.2}$$

где $\beta = \frac{v}{c}$.

$$S^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = \sum_{i=1}^{4} x_i^2 . \tag{9.3}$$

В такой записи квадрат интервала можно толковать как квадрат расстояния в 4-мерном мире (по аналогии с $R^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$). Так как одно из 2-х событий, связанных интервалом, находится в начале координат, то квадрат интервала определяет квадрат 4-мерного радиус-вектора, проведенного из начала координат в мировую точку, соответствующую второму событию. А учитывая инвариантность квадрата интервала относительно формул преобразования Лоренца, можно сформулировать следующую теорему для 4-мерного мира Минковского: квадрат любого 4-^{х}-вектора в мире Минковского является инвариантом относительно формул преобразования Лоренца. Мы неоднократно будем пользоваться этой теоремой.

Теперь перед нами стоит задача записать уравнения движения в 4-мерной форме, через 4-мерные векторы, закон преобразования компонент которых нам известен. Мы начинаем “строить” динамику СТО.

Начнем с построения 4~^{х}-вектора скорости. Чтобы получить инвариантную величину, нужно, согласно определению скорости, приращение 4-мерного инвариантного радиус-вектора $\vec{R}(x_1, x_2, x_3, x_4)$ поделить на промежуток инвариантного времени, в течение которого происходило движение вдоль мировой линии. Таким временем является собственная длительность процесса.

Итак, 4~^{х}-вектор скорости вводится по определению при помощи следующего соотношения (в дальнейшем запись приращений будем вести в дифференциальной форме, для собственного времени введем обозначение τ (тау)):

$$\vec{V}=\frac{d\vec{R}(x_1,x_2,x_3,x_4)}{d\tau}. \qquad (9.4)$$

Спроектируем этот вектор на оси четырехмерной системы координат введенного нами четырехмерного мира Минковского:

$$V_1=\frac{dx_1}{d\tau},\quad V_2=\frac{dx_2}{d\tau},\quad V_3=\frac{dx_3}{d\tau},\quad V_4=\frac{dx_4}{d\tau}. \qquad (9.5)$$

Перейдем к относительному (будем его называть “лабораторным”) времени согласно формуле (6.9), записанной в дифференциальной форме:

$$dt=\frac{d\tau}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},$$

где $u^2=u_x^2+u_y^2+u_z^2$ – квадрат скорости движения тела в лабораторных обозначениях.

Тогда проекции 4~^х^-вектора скорости запишутся так:

$$V_1=\frac{dx_1}{d\tau}=\frac{dx_1}{dt}\cdot\frac{dt}{d\tau}=\frac{u_x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},$$

$$V_2=\frac{u_y}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\quad V_3=\frac{u_z}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}. \qquad (9.6)$$

По аналогии определим и проекцию V_4:

$$V_4=\frac{dx_4}{d\tau}=\frac{d(ict)}{d\tau}=ic\frac{dt}{d\tau}=\frac{ic}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}. \qquad (9.7)$$

Четвертая компонента 4-х-вектора скорости обладает особенностью: в отличие от трех других компонент, эта компонента отлична от нуля при $u=0$. Это связано с тем, что V_4 определяется через $x_4=ict$, т. е. связана со временем, которое нельзя остановить ни в одной ИСО. Эта особенность четвертой компоненты 4-х-мерного вектора скорости будет проявляться и в дальнейших наших рассуждениях.

Убедимся, что квадрат 4-х-мерного вектора скорости V^2 является инвариантом. Для этого составим сумму квадратов компонент 4-х-мерного вектора скорости:

$$V_1^2+V_2^2+V_3^2+V_4^2=\frac{u_x^2}{1-\frac{u^2}{c^2}}+\frac{u_y^2}{1-\frac{u^2}{c^2}}+\frac{u_z^2}{1-\frac{u^2}{c^2}}-\frac{c^2}{1-\frac{u^2}{c^2}}=-c^2=\text{инв.} \qquad (9.8)$$

Основываясь на теореме о 4-х-мерных векторах, сформулированной выше, составим формулы преобразования компонент 4-х-мерного вектора скорости, которые преобразуются при переходе от одной ИСО к другой по формулам Лоренца. Эти формулы мы возьмем в форме (9.2):

$$V_1'=\frac{V_1+i\beta V_4}{\sqrt{1-\beta^2}};\quad V_2'=V_2;\quad V_3'=V_3;\quad V_4'=\frac{V_4-i\beta V_1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad (9.9)$$

где $\beta=\frac{v}{c}$, v— скорость движения штрихованной ИСО относительно не штрихованной.

Читателю предоставляется возможность проверить действие принципа соответствия и получить формулы классической теоремы сложения скоростей, а также получить обращенные формулы для перехода от штрихованных проекций 4-х-вектора скорости к не штрихованным.

§ 10. Четырехмерный вектор импульса. Формула Эйнштейна

Рассматривая пространственную протяженность вещественного тела или временную длительность процесса, мы обнаружили, что длина тела в той ИСО, в которой оно покоится, является абсолютной величиной. Точно также и длительность процесса в той ИСО, в которой процесс происходит в одном и том же месте, является абсолютной величиной. Мы можем обобщить это установленное свойство вещественных тел и процессов на их любые физические характеристики: *физические характеристики вещественного тела или процесса, измеренные в той ИСО, где это вещественное тело или процесс неподвижны, являются абсолютными, инвариантными величинами*.

С другой стороны, масса вещественного тела m и в классической физике, и в СТО считается абсолютной величиной в любой ИСО, ее значение не зависит от того, движется данное вещественное тело или покоится (мы вернемся к этому вопросу в дальнейшем, критикуя мифическое понятие “релятивистская масса”, см. Приложение 6). Но тогда, если компоненты 4-мерного вектора скорости умножим на эту инвариантную величину, то получим компоненты нового 4-х-мерного вектора, который по размерности будет иметь смысл импульса. Мы получим релятивистский 4-х-мерный вектор импульса $\vec{P}$, компоненты которого определены так:

$$P_1 = mV_1, \quad P_2 = mV_2, \quad P_3 = mV_3, \quad P_4 = mV_4, \tag{10.1}$$

или в более полном виде:

$$P_1 = \frac{mu_x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, \; P_2 = \frac{mu_y}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, \quad P_3 = \frac{mu_z}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, \quad P_4 = \frac{m\cdot ic}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}. \tag{10.2}$$

Убедимся в инвариантности квадрата 4-х-мерного вектора импульса, для чего составим квадрат его величины:

$$\begin{aligned} P &= P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 + P_4^2 = m^2(V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + V_4^2) = \\ &= m^2(-c^2) = -m^2c^2 = инв. \end{aligned} \tag{10.3}$$

Как и компоненты 4-х-мерного вектора скорости, компоненты 4-х-вектора импульса преобразуются при переходе от одной ИСО к другой по формулам Лоренца (как компоненты любого 4-х-вектора):

$$P_1' = \frac{P_1 + i\beta\, P_4}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad P_2' = P_2, \quad P_3' = P_3, \quad P_4' = \frac{P_4 - i\beta\, P_1}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{10.4}$$

Выше мы видели, что четвертая компонента 4-х-мерного вектора скорости по своим свойствам существенно отличается от первых трех. Поэтому имеет смысл более детально проанализировать содержание четвертой компоненты 4-х-мерного вектора импульса.

Произведем некоторые элементарные преобразования выражения для P_4. Умножим и разделим правую сторону выражения для P_4 на инвариант c- скорость света в вакууме, отчего ни дробь, ни сама величина P_4, не измениться:

$$P_4 = \frac{imc^2}{c\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}.$$

Введем обозначение:

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = E.$$

Установим физический смысл этой величины Е, используя метод размерности, которым часто пользуются в физике.

Этот метод позволяет с меньшими затратами сил и времени проверить правильность решения задачи, оценить ожидаемый результат, установить функциональную зависимость между физическими величинами, характеризующими данный процесс и т.д. Одно из правил этого метода утверждает, что приравнивать можно только однородные величины, т. е. имеющие одинаковое наименование (размерность).

Поэтому мы можем установить род величины E, определив размерность равной ей величины

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} : [E] = \frac{[mc^2]}{\left[\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\right]} = [m]\cdot[c^2] = \frac{кг\cdot м^2}{c^2} = Дж.$$

Отсюда следует, что величина E является энергетической характеристикой тела *. Выражение

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

получило название **формулы Эйнштейна** и имеет важное физическое и философское содержание.

Проанализируем эту формулу. Во-первых, формула Эйнштейна определяет энергию как движущегося ($u \neq 0$), так и покоящегося ($u = 0$) тела в данной ИСО. Поэтому энергию $\boldsymbol{E}$ называют **полной энергией тела**, а энергию при $u = 0$ $\boldsymbol{E_0 = mc^2}$ — **энергией покоя этого тела.**

Обратим внимание на то, что в выражение для E (или E_0) входит инвариантная масса тела — масса m. Поэтому формула

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

определяет полную энергию только такого тела, **которое имеет массу**. Как известно, в физике рассматриваются объекты, например фотоны, которые не обладают массой. Для таких частиц мы получим другое представление формулы Эйнштейна. Если из полной энергии тела вычесть энергию покоя, то мы получим ту составляющую полной энергии тела, которую в классической физике называют кинетической энергией:

---

* Такую же размерность имеют "момент силы" и "работа". Но по условию рассматриваемого вопроса величина E может быть только энергией. Ниже это уточняется при рассмотрении физического смысла E, а также содержания четвертой проекции 4-мерного уравнения движения (§§ 11, 12, 14).

$$E_{кин} = E - E_0 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} - mc^2 = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} - 1\right).$$

Продолжая анализ формулы Эйнштейна, обнаруживаем, во-вторых, что впервые в физике устанавливается, что не только благодаря движению и не только благодаря взаимодействию с другими телами (частицами) данное тело (частица) обладает энергией. У каждого тела, именно потому, что оно существует как таковое, есть собственная энергия — энергия покоя E_0. Этот результат специальной теории относительности нашел практическое подтверждение и применение в ядерной энергетике и в физике взаимодействия элементарных частиц. Атомные электростанции, ускорители элементарных частиц, атомная и водородная бомбы — все это работает, действует на основе расчетов, основанных на формуле Эйнштейна для полной энергии

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, \qquad (10.5)$$

или ее частного случая, для энергии покоя

$$E_0 = mc^2. \qquad (10.6)$$

Кстати, существование энергии покоя E_0—это еще один довод в утверждение, что СТО справедлива при любых скоростях (не превышающих скорость света в вакууме), в том числе и при $u=0$.

В-третьих, формула Эйнштейна (10.6) устанавливает фундаментальную связь между двумя важнейшими физическими характеристиками вещественных объектов, между их массой m и энергией E_0. Эта связь фундаментальна потому, что не существует вещественного тела, у которого не было бы и массы, и энергии: зная одну из этих величин, можно рассчитать другую. Отсюда следует, что ни о каком превращении массы в энергию и энергии в массу говорить бессмысленно. Поэтому неудачно встречающееся в литературе другое название формулы Эйнштейна — формула эквивалентности массы и энергии. В этой формуле идет речь о двух самостоятельных характеристиках тел, между которыми имеется определенное соотношение. Вместе с тем, в ядерной физике или в физике элементарных частиц часто бывает удобно пользоваться (на основании формулы Эйнштейна) вне системной единицей измерения массы тела, используя единицу измерения энергии. Например, массу измеряют в электрон-вольтах (эВ). По сути, это дана энергия частицы, а чтобы определить ее массу, необходимо данную величину разделить на c^2 (предварительно перейдя от эВ к джоулям).

Благодаря тому, что 4-я компонента 4^{-x}-мерного вектора импульса связана с энергией тела, 4^{-x}-мерный вектор импульса $\vec{P}$ обычно называют 4^{-x}-мерным вектором энергии-импульса. Инвариантность этого вектора позволяет утверждать, что в СТО проявляет свое действие единый закон сохранения — закон сохранения энергии-импульса, который заменяет два самостоятельных закона сохранения классической физики: закон сохранения импульса и закон сохранения энергии.

Формула Эйнштейна (10.5) или (10.6) справедлива только для вещественных тел, имеющих массу m. Но в природе существуют истинно релятивистские частицы — фотоны (предполагается, что есть еще гравитоны — кванты гравитационного поля, но они пока не обнаружены экспериментально). В любой ИСО фотоны в вакууме движутся с одной и той же скоростью С (2-й постулат СТО). Фотон по своей природе не может покоиться, именно поэтому с ним нельзя связать начало системы координат, не существует ИСО “Фотон”. У фотона нет массы, но известно, что он обладает энергией $E=h\nu$, где h — постоянная Планка, ν — частота электромагнитных колебаний. Есть у фотона и количество движения

$$p = \frac{h\nu}{c}.$$

Все это установлено опытным путем, при наблюдении таких явлений, как фотоэффект, эффект Комптона, при взаимодействии фотона с элементарными частицами и т.д. Поэтому получим еще одну формулу Эйнштейна, которая бы учитывала существование частиц с нулевой массой. Для этого снова рассмотрим инвариантное выражение для квадрата 4^{-x}-мерного вектора $\vec{P}$ (формула 10.3):

$$P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 + P_4^2 = -m^2c^2. \qquad (10.7)$$

Введем обозначение:

$$P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 = p^2,$$

а четвертую компоненту P_4 выразим через энергию $P_4 = \frac{i}{c}E$. Тогда формула (10.7) примет вид

$$p^2 - \frac{E^2}{c^2} = -m^2c^2, \qquad (10.8)$$

или

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}. \qquad (10.9)$$

Мы получили такую формулу взаимосвязи массы и энергии, которая справедлива и для частиц, масса которых равна нулю. Если $m=0$, то из формулы (10.9) следует, что для таких частиц существует следующее соотношение между энергией и импульсом:

$$E=pc, \qquad (10.10)$$

откуда

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}.$$

Формула Эйнштейна (10.9) сыграла важную роль в развитии физики. Благодаря ей английским физиком Дираком теоретически были предсказаны античастицы (1928 г.). Его рассуждения были необычны, даже парадоксальны и были признаны достоверными только в 1932 году, когда была открыта первая элементарная античастица — антиэлектрон, названная позитроном. В настоящее время у всех элементарных частиц обнаружены античастицы. Воспользуемся формулой (10.9) и вслед за Дираком "предскажем" существование античастиц. Обычно в формуле (10.9) перед корнем брался лишь один знак (+). Но из расчетов Дирака следовало, что у электрона возможны состояния с отрицательной энергией

$$E=-\sqrt{p^2c^2+m^2c^4},$$

причем наименьшая положительная энергия равна mc^2, наибольшая отрицательная энергия равна ($-mc^2$)(это при $p = 0$). В интервале значений энергии от $+mc^2$ до ($-mc^2$) никаких разрешенных состояний не существует. В силу энергетической выгодности все состояния с отрицательной энергией заняты, такие электроны образуют "фон", который однако себя никак не проявляет (этот "фон" получил образное название "море Дирака"). Если же электрону из "моря Дирака" будет передана энергия $E\geq 2mc^2$, то такой электрон перейдет в состояние с положительной энергией и может быть обнаружен. Но и состояние, освобожденное в "море Дирака", проявит себя как положительно заряженная частица, чтобы скомпенсировать отрицательный заряд свободного электрона: ведь "море Дирака" никаких электрических свойств не проявляет, оно ведет себя как нейтральная система. Возврат свободного электрона в "море Дирака" приводит к "аннигиляции" частицы и античастицы с рождением двух квантов согласно реакции:

$$e_{-1}+e_{+1}\leftrightarrow 2\gamma. \qquad (10.11)$$

Читателю предоставляется возможность проверить на этой реакции все известные ему законы сохранения и обосновать рождение не менее двух (и более) фотонов*.

Завершим разговор о 4-х-мерном векторе энергии — импульса, написав формулы преобразования его компонент при переходе от одной ИСО к другой:

*В современной физике элементарных частиц на смену "морю Дирака" пришла более сложная физическая система — "физический вакуум" (см. книгу Р. Подольного "Нечто по имени Ничто",изд.2, предназначенной для школьников).

$$P_1'=\frac{P_1+i\beta P_4}{\sqrt{1-\beta^2}},\quad P_2'=P_2,\quad P_3'=P_3,\quad P_4'=\frac{P_4-i\beta P_1}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (10.12)$$

Рассмотрим подробнее формулу преобразования четвертой компоненты, воспользуемся при этом введенным выше обозначением $P_4=\frac{i}{c}E$ и соответственно $P_4'=\frac{i}{c}E'$:

$$\frac{i}{c}E'=\frac{\frac{i}{c}E-i\frac{v}{c}P_1}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad или \qquad E'=\frac{E-vP_1}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (10.13)$$

Из формулы (10.13) следует, что полная энергия тела является относительной величиной. Этот результат не должен вызывать недоумения, так как в полную энергию E входит не только энергия покоя E_0, которая инвариантна, но и кинетическая энергия, которая, как и в классической физике, является относительной величиной.

В литературе, особенно "научно-популярной", первую формулу Эйнштейна (10.5)

$$E=\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

можно увидеть в иной записи:

$$E=m_{рел}c^2,$$

где введено обозначение

$$m_{рел}=\frac{m}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}.$$

называемое "релятивистской массой". Однако этим математическим приемом пытаются исказить содержание СТО, утверждая, что масса будто бы зависит от скорости движения тела. Масса в СТО – инвариант, и совершенно нет необходимости вводить новую величину, приписывая ей физический смысл (см. Приложение 6).

§ 11. Эффект Доплера

Этот эффект наблюдается как в оптике, так и в акустике и заключается в изменении длины (частоты) волны, наблюдаемом при движении источника волн относительно их приемника. Для распространения звуковых волн обязательно требуется вещественная среда. Пока в оптике использовали модель эфира как среды, в которой возникают и распространяются электромагнитные колебания, теория эффекта Доплера в оптике строилась по аналогии с теорией этого эффекта в акустике. Однако, отказ в СТО от гипотетического эфира как носителя электромагнитных колебаний, потребовал построения теории эффекта Доплера в оптике на основе постулатов Эйнштейна.

Мы построим эту теорию, исходя из свойств 4-мерного вектора энергии-импульса применительно к фотону. Нам потребуется несколько преобразовать выражение для импульса фотона, введя новый 4-х-мерный волновой вектор $\vec{k}$. Выразим модуль вектора импульса и энергии фотона так:

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu}{c}\cdot\frac{2\pi}{2\pi} = \frac{h}{2\pi}\cdot\frac{2\pi\nu}{c} = \hbar\cdot\frac{2\pi}{\lambda} = \hbar\cdot k;$$
$$E = h\nu = h\nu\cdot\frac{2\pi}{2\pi} = \frac{h}{2\pi}\cdot 2\pi\nu = \hbar\cdot\omega, \qquad (11.1)$$

где $\hbar$ (аш с чертой) тоже называется постоянной Планка.

В трехмерном пространстве волновой вектор определяет направление распространения фронта волны. Определим компоненты 4-х-мерного волнового вектора так:

$$p_1 = \hbar k_1; \quad p_2 = \hbar k_2; \quad p_3 = \hbar k_3; \quad p_4 = \frac{i}{c}E = \frac{i}{c}\hbar\omega = \hbar k_4. \qquad (11.2)$$

Упростим задачу. Пусть свет распространяется в плоскости x'O'y' ИСО L'', имея частоту $\omega' = \omega_0$, источник волн движется вместе с ИСО L'', т.е. ω_0 есть собственная частота колебаний. Если волновой вектор составляет некоторый угол с осями координат, то для проекций волнового вектора можно написать следующие очевидные равенства:

в ИСО L: $k_1 = k\cos\varphi;\ k_2 = k\sin\varphi;\ \ k_3 = 0;\ \ k_4 = \frac{i}{c}\omega;$

в ИСО L': $k_1' = k'\cos\varphi';\ \ k_2' = k'\sin\varphi';\ \ k_3' = 0;\ \ k_4' = \frac{i}{c}\omega',$

где φ, φ' — углы, которые волновой вектор составляет с осями координат Ox и $O'x'$.

Составим четвертую формулу Лоренца для преобразования четвертой компоненты 4-х-мерного волнового вектора:

$$k_4' = \frac{k_4 - i\frac{v}{c}k_1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad (11.3)$$

или, учитывая предыдущие соотношения для компонент 4-х-мерного волнового вектора, получаем:

$$i\frac{\omega'}{c} = \frac{i\frac{\omega}{c} - i\frac{v}{c}\cdot\frac{\omega}{c}\cos\varphi}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

После сокращения на $\frac{i}{c}$ и разрешения относительно частоты ω, формула принимает вид:

$$\omega = \omega'\frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v}{c}\cos\varphi} = \omega_0\frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v}{c}\cos\varphi}. \qquad (11.4)$$

На основании принципа соответствия при $\frac{v}{c} \ll 1$ формула (11.4) переходит в формулу классического эффекта Доплера

$$\omega = \frac{\omega_0}{1-\frac{v}{c}\cos\varphi} \approx \omega_0\left(1+\frac{v}{c}\cos\varphi\right), \qquad (11.5)$$

где использована известная нам формула приближенного деления.

Рассмотрим частные случаи **классического эффекта Доплера.**

1) Пусть $\varphi = 0$, т.е. источник волн приближается к наблюдателю, волновой вектор совпадает с направлением оси Ox. В этом случае

$$\omega = \omega_0\left(1+\frac{v}{c}\right)$$

т.е. частота воспринимаемого сигнала возрастает.

2) Пусть $\varphi = \pi$, т. е. источник волн удаляется от наблюдателя. В этом случае

$$\omega = \omega_0\left(1-\frac{v}{c}\right),$$

т.е. неподвижный наблюдатель будет воспринимать сигнал с меньшей частотой.

3) Если движение источника происходит так, что сигнал идет к наблюдателю под углом $\varphi = \frac{\pi}{2}$, то $\omega = \omega_0$, т.е. частота воспринимаемого сигнала не изменяется.

Проведем теперь аналогичный анализ с формулой (11.4), основанной на положениях СТО.

1) Пусть $\varphi = 0$, тогда

$$\omega = \omega_0\frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v}{c}} = \omega_0\sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}}. \qquad (11.6)$$

Как и в классическом случае, частота изменяется, но закон изменения другой.

2) Если $\varphi = \pi$, то

$$\omega = \omega_0\sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}}, \qquad (11.7)$$

т.е. снова получаем иной закон изменения частоты. Однако, используя формулу приближенного вычисления, мы снова можем получить классические выражения. Опыт дает лучшее совпадение с формулами (11.6) и (11.7).

3) Но особый интерес представляет анализ случая, когда $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Классическая теория приводила к неизменности частоты. В релятивистском случае получается принципиально другой результат

$$\omega = \omega_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\ . \qquad (11.8)$$

Этот эффект получил название поперечного эффекта Доплера и в 1938 году был экспериментально обнаружен при наблюдении излучения каналовых лучей (потока атомов водорода), при наблюдении в направлении, перпендикулярном их движению. Опыт и теория совпали между собой, что явилось. еще одним важным подтверждением положений СТО. Так как между частотой и периодом имеется непосредственная связь: $\nu = \frac{1}{T}$, то эффект Доплера можно рассматривать как эффект, подтверждающий относительность временных промежутков.

Эффект Доплера нашел приложение в астрофизических исследованиях. Наблюдение излучения далеких галактик показало, что длины волн их спектра излучения смещены в красную часть, явление получило название “красного смещения” и объясняется релятивистским эффектом Доплера: далекие звезды удаляются от нас. Это открытие легло в основу гипотезы “расширяющейся Вселенной”. В астрономии эффект Доплера учитывается при определении лучевых скоростей движения небесных тел, используется он и в спектроскопии, в радиолокации и т.д.

§ 12. Масса частиц идеального и реального газов. Дефект массы

В классической физике установлен закон сохранения массы, который для нашей задачи можно сформулировать так: масса конечного продукта реакции равна сумме масс исходных веществ. Казалось бы, что если использовать инвариантную величину — массу, то формулировка закона не должна измениться и в СТО. Однако, оказалось, что в СТО нет закона сохранения массы! Убедимся в этом. Сначала рассмотрим простейшую систему частиц, которые не взаимодействуют на расстоянии. Такую систему частиц называют идеальным газом.

Воспользуемся формулой Эйнштейна (10.9) $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$. Представим ее в следующем виде:

$$m^2c^2 = \frac{E^2}{c^2} - p^2.$$

Обобщим ее на систему частиц идеального газа, содержащего N частиц:

$$M^2c^2 = \frac{\left(\sum_i E_i\right)^2}{c^2} - \left(\sum_i \vec{p}_i\right)^2, \qquad (12.1)$$

где суммирование ведется по всем частицам газа, M — масса всего газа, учтено также, что импульс, в отличие от энергии, векторная вкличина.

Выберем такую ИСО, чтобы суммарный импульс всех частиц равнялся нулю. В этом случае сосуд, содержащий газ, будет неподвижным. Формула (12.1) упрощается:

$$M = \frac{\sum_i E_i}{c^2}. \qquad (12.2)$$

Полную энергию частицы E_i идеального газа можно представить в виде суммы энергии покоя и кинетической энергии движения в данной ИСО:

$$E_i = m_i c^2 + E_i^{кин}. \qquad (12.3)$$

Для всего идеального газа в силу аддитивности энергии получаем:

$$\sum_i E_i = \sum_i m_i c^2 + \sum_i E_i^{кин}. \qquad (12.4)$$

Подставим (12.4) в (12.2):

$$M = \sum_i m_i + \frac{\sum_i E_i^{кин}}{c^2}. \qquad (12.5)$$

Мы снова получили парадоксальный результат (конечно, с т.з. “здравого смысла”, а не науки): в релятивистской механике даже для частиц идеального газа не выполняется закон сохранения массы: $M \neq \sum_i m_i$.

Усложним задачу и рассмотрим массу частиц, взаимодействующих между собой на расстоянии. В физике такой газ называется реальным газом. Будем по-прежнему считать, что сосуд с газом неподвижен в данной ИСО. Поэтому формула Эйнштейна для всего реального газа запишется в виде (12.2). Но теперь под E_i нужно понимать сумму, содержащую не два, а три слагаемых: кинетическую энергию частицы, потенциальную энергию ее взаимодействия со всеми частицами газа и энергию покоя:

$$E_i = m_i c^2 + E_i^{кин} + E_i^{пот}. \qquad (12.6)$$

Тогда суммарная энергия частиц газа представится равенством

$$\sum_i E_i = \sum_i m_i c^2 + \sum_i E_i^{кин} + U, \qquad (12.7)$$

где U — полная потенциальная энергия взаимодействия всех частиц газа.

Если частицы газа образуют **устойчивую систему**, то это означает, что суммарная кинетическая энергия их (второй член в (12.7)) меньше их полной энергии взаимодействия. Поэтому отбросим второй член в (12.7) и для массы системы взаимодействующих частиц получаем следующую формулу:

$$M = \sum_i m_i + \frac{U}{c^2}. \qquad (12.8)$$

Так как мы предполагаем, что взаимодействие частиц приводит к устойчивой системе, то это означает, что частицы притягивают друг друга. Но энергия притяжения (кулоновская энергия притяжения разноименных зарядов или гравитационная энергия притяжения двух тел) всегда величина отрицательная, т.е. U<0. С учетом этого замечания, перепишем формулу (12.8) так:

$$\sum_i m_i - M = \frac{|U|}{c^2} > 0\,, \qquad (12.9)$$

где учтено, что величина U<0.

Таким образом, и в случае взаимодействующих между собой частиц, образующих при этом устойчивую систему, масса системы частиц M не равна сумме масс отдельных частиц. Разность

$$\sum_i m_i - M = \Delta m \qquad (12.10)$$

получила название дефекта массы, а величина $\Delta m \cdot c^2 = |U|$ — энергии связи частиц системы.

Установленное нами соотношение (12.9) имеет многократное экспериментальное подтверждение и позволяет теоретически рассчитывать энергию связи систем элементарных частиц и, соответственно, ту внутриядерную энергию, которая может высвободиться при делении тяжелых и синтезе легких ядер, эта формула является основой ядерной энергетики, основой научно-технической революции второй половины XX века.

§ 13. Решение задач по динамике СТО

Рассмотрим решение ряда типичных задач на формулу Эйнштейна и следствия, вытекающие из нее.

Задача № 1.

На сколько увеличится масса 1 кг воды при нагревании ее от 0°С до 100° С?

Найти:	Δm
Дано:	$m = 1 кг$ $\Delta t = 100^0 C$ $c = 3\cdot 10^8 м/с$ $c_p = 4{,}2 кДж/кг\cdot K$

Решение

Выберем такую ИСО, в которой вода была бы неподвижна, это избавит нас от необходимости учитывать дополнительную кинетическую энергию воды. Назовем избранную ИСО “Лаборатория”.

Из формулы Эйнштейна $E_0=mc^2$ непосредственно следует, что если энергия тела увеличивается на ΔE (в нашем случае внутренняя энергия воды увеличивается за счет притока энергии из-за процесса, который мы называем “нагреванием”), то увеличивается и ее масса на величину $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$. (Внимание! Величина Δm в данной задаче не является дефектом массы, а лишь определяет изменение массы тела в результате нагревания.)

Увеличение внутренней энергии воды можно определить по формуле: $\Delta E = mc_p\Delta t$. Таким образом

$$\Delta m = \frac{mc_p\Delta t}{c^2} = 4{,}7\cdot 10^{-12} kг$$

Конечно, изменение массы воды оказалось бесконечно малым. Но если сравнить эту величину с массой электрона

$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} кг$, то величина Δm будет уже представляться бесконечно большой, т.к. $\frac{\Delta m}{m_e} \approx 10^{18}$! Здесь мы убеждаемся в том, что в физике не имеет смысла говорить "малая" или "большая" величина, не указывая ориентир, по отношению к которому данная величина "малая" или "большая".

Задача № 2.

Пружину с коэффициентом жесткости к=6.10^5 *Н/м сжали на 1 см. Каков прирост массы пружины?*

Найти	Δm
Дано	$m = 1 кг$ $\Delta t = 100^0 C$ $c = 3 \cdot 10^8 м/с$ $c_p = 4{,}2 кДж/кг \cdot K$

Решение

Как и в предыдущей задаче, выберем ИСО "Лаборатория".

Изменение энергии упруго деформированной пружины можно рассчитать по формуле:

$$\Delta E = \frac{k(\Delta x)^2}{2}.$$

С другой стороны, это изменение энергии связано с изменением массы пружины по формуле:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2.$$

Приравнивая правые части этих выражений, получаем, что

$$\Delta m = \frac{k(\Delta x)^2}{2 \cdot c^2} = 5 \cdot 10^{-17} кг.$$

В связи с этой задачей, читателю предоставляется возможность ответить на следующие качественные вопросы: куда девается дополнительная энергия сжатой пружины из железа после растворения ее в кислоте? Выделяется ли при сгорании дров, поднятых на 2-й этаж, та дополнительная энергия, которая сообщается им при поднятии на высоту 2-го этажа?

Задача № 3

Определить энергию связи ядра атома гелия, состоящего из двух протонов и двух нейтронов.

Найти	U
Дано	$M_{He} = 4.00390 а.е.м.$ $M_H = 1.008123 а.е.м.$ $M_n = 1.00893 а.е.м.$ $p = 2; \quad n = 2$

Решение.

Чтобы исключить из рассмотрения всякие другие виды энергии, кроме энергии связи, выберем систему отсчета, связанную с самим ядром атома гелия.

По определению, дефект массы равен:

$$\Delta m = 2M_H + 2M_n - M_{He}.$$

При этом массы электронов, входящих в массы атомов водорода и гелия, автоматически исключаются. Учитывая, что одна атомная единица массы (а. е. м.) равна 1,66.10^{-24} г, получаем:

$$\Delta m = 4{,}98 \cdot 10^{-29} кг.$$

По определению, энергия связи равна:

$$|U| = \Delta m c^2 = 44{,}82 \cdot 10^{-13} Дж = 28 МэВ.$$

Известно, что энергия химической связи в молекуле воды порядка 6 эВ. Сравнивая эту величину с энергией связи нуклонов в ядре атома гелия, понимаем, почему атомные ядра прочны и существуют миллиарды лет, в то время как некоторые химические соединения могут быть разрушены или нагреванием, или освещением.

Задача № 4

Рассчитать энергетический выход в реакции синтеза тяжелого водорода (дейтерия) и сверхтяжелого водорода (трития) с образованием ядра атома гелия и нейтрона.

Найти	$\|U\|$
Дано	M_{H^2}=2,014708 а. е. м. M_{H^3}=3,01700 а. е. м. M_{He^4} =4,00390 а. е. м. M_n= 1,00893 а. е. м.

Решение.

Будем рассматривать процесс синтеза в ИСО “Лаборатория”.

Реакция синтеза протекает так:

$$H_1^2 + H_1^3 \to He_2^4 + n_0^1.$$

Для дефекта массы получаем следующую величину

$$\Delta m = M_{H_1^2} + M_{H_1^3} - M_{He_2^4} - M_{n_0^1} = 0{,}0189 \text{ а. е. м.} = 3{,}0 \cdot 10^{-29} \text{ кг.}$$

Следовательно, высвобождающаяся энергия (в форме кинетической энергии разлетающихся Не и нейтрона) равна

\U\ = 27 .10^{-13} Дж = 17 МэВ.

Термоядерные реакции сулят человечеству безграничное количество энергии. Трудность осуществления регулируемой термоядерной реакции связана, в первую очередь, с необходимостью преодолеть кулоновское отталкивание одноименно заряженных ядер водорода и трития. Именно для преодоления этого отталкивания плазму из этих ядер нагревают до десятков миллионов градусов, что позволяет за счет кинетической энергии частиц плазмы совершить работу против кулоновских сил отталкивания. Но у регулируемого синтеза легких элементов есть и другие трудности, преодолеть которые пока не удается.

Задача №5. Эффект Комптона

Одним из положений электродинамической картины мира, построение которой завершилось к началу XX в., (после

возникновения специальной теории относительности), было утверждение, что материя существует в двух видах: в виде вещества и в виде электромагнитного поля. Вещественные тела состоят из непроницаемых, локализованных в пространстве частиц (атомов, молекул, ионов, электронов). Полевое состояние материи (материальность электромагнитного поля утвердила в 1905 г. специальная теория относительности) обладает характерным для этого вида материи свойством суперпозиции, т.е. в одном и том же геометрическим объеме может находиться множество полей, переменные во времени поля распространяются от места своего возникновения в виде волн. В электродинамической картине мира считалось, что свойства этих двух видов материи несводимы друг к другу, слишком контрастны эти свойства (впоследствии, после возникновения квантовой механики, была построена новая квантово-полевая картина мира, в которой было установлено единство вещественного и полевого видов материи).

Первое серьезное затруднение в электродинамической картине мира возникло в 1887 г., когда немецкий физик Г. Герц обнаружил новое физическое явление: под воздействием света отрицательно заряженная металлическая пластинка разряжалась, теряла заряд. После открытия электрона Томсоном в 1897г. было установлено, что отрицательно заряженная металлическая пластинка под действием света теряет электроны. Российским физиком А.Г.Столетовым были установлены законы фотоэффекта (так было названо явление, открытое Герцем). Однако объяснить эти законы с позиций классической физики не удавалось, свет при этом рассматривался как волновой процесс.

В 1905 г. А. Эйнштейн подошел к проблеме фотоэффекта принципиально по-новому. Развивая идею М. Планка о том, что атомы излучают и поглощают энергию порциями, А. Эйнштейн предположил, что электромагнитное излучение и распространяется в пространстве порциями, квантами. Впоследствии этим дискретным порциям электромагнитного поля дали название “фотоны”. Приписав порциям электромагнитного излучения свойства частиц-корпускул, А. Эйнштейн составил уравнение, объяснявшее все особенности фотоэффекта. Это уравнение, выражавшее закон сохранения и превращения энергии, для фотоэффекта из металла записывается так:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2},$$

где слева стоит энергия фотона, которая расходуется на отрыв электрона из металлического образца (A - "работа выхода") и на сообщение ему (если $A<h\nu$) кинетической энергии. За более подробным разбором законов фотоэффекта отсылаем читателя к специальной литературе (например, к учебному пособию "Физика - 11"). А сейчас же обратим внимание на ту сторону явления, которое нас интересует по условию задачи и связано со специальной теорией относительности: электромагнитное излучение обладает не только волновыми, но и корпускулярными свойствами. В истории физики это было первое явление, в котором проявлялся так называемый корпускулярно-волновой дуализм элементарных частиц, положенный затем в основу квантовой механики.

Оказалось, что в природе существуют и другие явления, в которых проявляются корпускулярные свойства излучения. Так, в 1923 г. американский физик А. Х. Комптон наблюдал рассеяние электромагнитного излучения на неподвижных электронах. Как и в случае с фотоэффектом, явление Комптона можно было объяснить, если считать, что излучение обладает не только волновыми, но и корпускулярными свойствами. Причем для количественного объяснения этого явления нужно опираться на выводы СТО.

Рассмотрим теорию этого явления (эффект Комптона) в форме задачи. При рассеянии электромагнитного излучения на неподвижном электроне, происходит как изменение энергии рассеянного излучения, так и изменение направления его распространения.

Исходя из корпускулярных свойств фотона, рассчитаем изменение длины волны излучения, а также найдем энергию, приобретаемую электроном.

Найти	$\Delta\lambda,\ E_{кин}$
Дано	λ m $p_\phi = \dfrac{h\nu}{c}$ $E_\phi = h\nu$

Решение

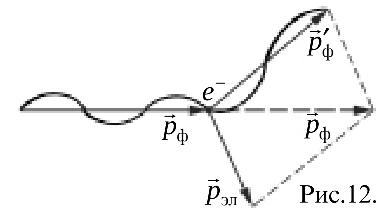

Рис.12.

Выберем систему отсчета "Лаборатория". Заметим, что мы не должны связывать ИСО с электроном, хотя по условию задачи он до взаимодействия с фотоном находится в покое. Дело в том, что в результате взаимодействия электрон должен приобрести скорость, но в ИСО "Электрон" он и затем должен оставаться неподвижным, что было бы невозможно без введения дополнительных сил связи. Но тогда получалось бы совсем другая задача.

Изобразим процесс рассеяния фотона графически (рис. 12).

Рассматривая и электрон и фотон как корпускулы, составим для этой замкнутой системы взаимодействующих тел формулы законов сохранения и превращения энергии и импульса:

$$h\nu + mc^2 = h\nu' + \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad (1)$$

$$\vec{p}_\phi = \vec{p}\,'_\phi + \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \qquad (2)$$

В формуле (1) первый член слева - энергия фотона, второй - энергия покоя неподвижного электрона в ИСО "Лаборатория"; справа первый член -новая энергия рассеянного фотона, второй - полная энергия рассеянного электрона, включающая как энергию покоя mc^2, так и кинетическую энергию его движения $E_{кин}$. В формуле (2) слева учитывается, что в исходном состоянии импульс электрона равен нулю, справа в формуле (2) стоят импульс рассеянного фотона и релятивистский импульс электрона, который он приобретет в результате взаимодействия. Только использование формул СТО позволяет полностью объяснить все особенности эффекта Комптона. Формула (2) записана в векторной форме. Преобразуем это выражение, используя теорему косинусов из элементарной геометрии:

$$\frac{m^2v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{h^2\nu^2}{c^2} + \frac{h^2(\nu')^2}{c^2} - 2h^2\frac{\nu\cdot\nu'}{c^2}\cos\theta. \qquad (3)$$

Формулу (1) запишем так:

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = h\nu - h\nu' + mc^2.$$

Возведем ее в квадрат:

$$\frac{m^2c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}} = h^2\nu^2 - h^2(\nu')^2 + m^2c^4 + 2h\nu mc^2 - 2h\nu' mc^2 - 2h^2\nu\nu'.$$

Из этого выражения вычтем формулу (3), умножив предварительно все ее члены на c^2. Получаем:

$$m^2c^4 = m^2c^4 + 2hmc^2(\nu - \nu') - 2h^2\nu\nu(1-\cos\theta).$$

После упрощения оставшегося равенства, придаем выражению следующий вид:

$$(\nu - \nu')mc^2 = h\nu\nu'(1-\cos\theta) \quad . \qquad (4)$$

Учитывая, что $\frac{c}{\nu} = \lambda$ и $\frac{c}{\nu'} = \lambda'$, запишем (4) так:

$$(\lambda - \lambda')mc = 2h\sin^2\frac{\theta}{2},$$

где использована формула

$$(1-\cos\theta) = 2\sin^2\frac{\theta}{2}.$$

Таким образом, изменение длины волны излучения равно:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\frac{h}{mc}\sin^2\frac{\theta}{2} \quad . \qquad (5)$$

Кинетическая энергия электрона также рассчитывается на основании формул специальной теории относительности:

$$E_{кин} = E_{полн} - E_0 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - mc^2,$$

где использована формула (1).

Выразим из равенства (4) частоту рассеянного фотона

$$\nu' = \frac{mc^2}{mc^2 + 2h\nu\sin^2\frac{\theta}{2}}\nu$$

и, подставив ее в выражение для $E_{кин}$, получаем функциональную зависимость $E_{кин}$ от частоты падающего фотона:

$$E_{кин} = \frac{2(h\nu)^2\sin^2\frac{\theta}{2}}{mc^2 + 2h\nu\sin^2\frac{\theta}{2}} \quad . \qquad (6)$$

Экспериментально явление Комптона можно наблюдать с помощью камеры Вильсона. На пути электронов и на пути рассеянных фотонов появляются ионы (и электроны и фотоны ионизируют молекулы газа, заполняющего камеру Вильсона), на них как на центрах конденсируется пересыщенный пар, что делает видимым путь электронов и фотонов. Из прилагаемой таблицы видно, как хорошо экспериментальные данные согласуются с теорией, свидетельствуя об ее истинности.

θ	$\Delta\lambda_{теор}$	$\Delta\lambda_{эксп}$
72	0,0168	0,0170
90	0,0243	0,0241
110	0,0345	0,0350
160	0,0469	0,0470
170	0,0480	0,0482

Задача №6. СТО и ядерная физика

Когда говорят, что выводы СТО подтверждены экспериментально, то имеют в виду явления и процессы, происходящие с элементарными частицами. Понятие “элементарная частица” - это историческое понятие: с развитием физики в это понятие вкладывалось новое содержание. Так, в древнем мире под элементарной частицей понималось наименьшее количество вещества, оно называлось “атомом”, что в переводе с греческого означает “неделимый”.

В XVIII-XIX вв. под элементарной частицей понималось то, что ныне мы называем молекулой. В конце X1X в. была открыта первая истинно элементарная частица - электрон. До сих пор неизвестна природа электрона, но общепризнанно, что он далее неделим. Другие позже открытые элементарные частицы (протон, нейтрон и др.) оказались сложными системами, при определенных условиях они распадаются на более простые. Вот, например, реакция распада отрицательно заряженного мю-мезона (существует и положительно заряженный мю-мезон):

$$\mu_{-1} = e_{-1} + \nu_0 + \tilde{\nu}_0 ,$$

где e_{-1} - электрон, ν_0 и $\tilde{\nu}_0$ - нейтрино и анти -нейтрино.

В этой реакции выполняются законы сохранения энергии, количества движения, электрического заряда, числа лептонов (легких частиц), числа частиц и античастиц и т.д.

До сих пор не построена теория элементарных частиц. Но для описания физических процессов, происходящих с этими частицами, широко используется положения СТО. Именно это и служит экспериментальным доказательством истинности СТО.

Применим некоторые положения СТО для рассмотрения следующей задачи. **В лабораторной ИСО частица *A* (имеющая массу и импульс) сталкивается с покоящейся частицей *B*. Может ли частица *B* поглотить частицу *A*?**

Найти	$(A+B)\to X$
Дано	m_A m_B $p_B = 0$

Решение

ИСО задана в условии задачи - “Лаборатория”. Хотя частица B неподвижна в этой ИСО в начальный момент времени, но с ней нельзя связывать начало СО, так как после столкновения с частицей *A* частица *B* должна прийти в движение. *A* тело отсчета (начало системы координат) должно быть неподвижно в выбранной ИСО. Чертеж в данной задаче не имеет смысла делать.

Для решения задачи воспользуемся законами сохранения энергии и импульса. До столкновения энергия системы слагалась из энергии налетающей частицы *A*:

$$E_A = \sqrt{m_A^2 \cdot c^4 + p^2 c^2}$$

и энергии покоящейся частицы *B*:

$$E_B = m_B c^2 .$$

Суммарная энергия частиц *A* и *B* до столкновения равна:

$$E = E_A + E_B = \sqrt{m_A^2 c^4 + p^2 c^2} + m_B c^2 .$$

После столкновения, в результате которого частица *A* (по условию задачи) будет поглощена частицей *B*, полная энергия последней будет:

$$E'_B = \sqrt{m_B^2 c^4 + p^2 c^2} .$$

Эта формула учитывает, что масса частицы *B* (как и всех других элементарных частиц) является абсолютной, инвариантной величиной. Кроме того, на основании закона сохранения импульса, у частицы *B*, которая по предположению должна поглотить частицу *A*, будет тот же импульс, какой был у частицы *A* до столкновения (частица *B* до столкновения была неподвижна, ее импульс равнялся нулю).

Замкнутость системы позволяет составить равенство:

$$m_B c^2 + \sqrt{m_A^2 c^4 + p^2 c^2} = \sqrt{m_B^2 c^4 + p^2 c^2} \; .$$

Возведем обе стороны равенства в квадрат и перенесем все члены в одну сторону его, получаем:

$$2m_B c^2 \sqrt{m_A^2 c^4 + p^2 c^2} + m_A^2 c^4 = 0 \; .$$

Это равенство для реальных частиц не может выполняться, так как все его члены - положительные величины. Таким образом, сделанное в условии задачи предположение, что при столкновении с движущейся частицей *A* ранее неподвижная частица *B* поглотит частицу *A* и останется прежней частицей *B*, невозможно. Например, фотон, налетая на свободный электрон, как в эффекте Комптона, не может быть поглощен электроном. В результате столкновения фотона с неподвижным электроном возникнет фотон рассеяния и электрон отдачи .

Совсем другое дело, если в результате столкновения будут рождаться и другие элементарные частицы.

Задача №7. Столкновение релятивистских частиц

Элементарные частицы образуют особый мир - микромир. Их нельзя увидеть даже в электронный микроскоп, дающий увеличение угла зрения в миллионы раз. Ведь элементарные частицы (электроны, позитроны, мезоны, протоны, нейтроны и др.) в 10^5 раз меньше атомов, а последние во столько раз меньше размеров среднего яблока, во сколько оно меньше Земли. И все же ученным удалось проникнуть в микромир и обнаружить у элементарных частиц удивительные, иногда странные, непривычные свойства. Удалось установить время их жизни (некоторые элементарные частицы живут всего лишь 10^{-23} с, другие - “долгоживущие” исчезают, превращаясь в другие частицы, за 10^{-8} с (одна стомиллионная доля секунды!), определены массы частиц и произведена их систематизация. И все же к концу XX в. физикам не удалось создать полную теорию элементарных частиц.

Но как же физики смогли открыть множество элементарных частиц (сейчас их известно более 300!), установить их электрический заряд, массу и другие физические характеристики? Все это удалось сделать, **приводя элементарные частицы во взаимодействия**, так как только в таком случае можно выявить и количественно определить физические свойства элементарных частиц, установить их “характер”. Чтобы привести частицы во взаимодействие, их надо “столкнуть”, предварительно увеличив их скорость, энергию движения.

Читателю, очевидно, известны различные ускорительные устройства (циклотрон, бетатрон, синхротрон и т. д.), в которых используются электрические и магнитные поля. С их помощью осуществляется процесс ускорения элементарных частиц, которые затем и приводятся во взаимодействие. В последние годы широко используется метод исследования свойств элементарных частиц, когда эти частицы летят навстречу друг другу (“метод встречных пусков”). Ниже при решении задачи мы увидим преимущества этого метода.

Чтобы увидеть результат взаимодействия частиц между собой или со средой, через которую они пролетают, используются различные регистрационные устройства типа “счетчиков”, различных “камер” (камера Вильсона, ионизационная, пузырьковая, и др.), фотопластинки и т.д.

Рассмотрим процесс столкновения двух элементарных частиц на примере реально осуществляющейся реакции.

Определить энергию взаимодействия неподвижного протона с налетающим на него протоном, если энергия последнего *70 ГэВ*.

Запишем условие задачи кратко, выберем ИСО и далее будем решать задачу по общему плану.

Найти	$E_{вз}$
Дано	$m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,кг$ $v_{p1} = 0$ $E_{p2} = 70\,ГэВ$

Решение

Выберем ИСО “Лаборатория”, в которой находятся все необходимые приборы, с помощью которых мы не только сообщим второму протону энергию E_{p2}, но и зарегистрируем акт взаимодействия протонов между собой.

Как неоднократно указывалось ранее, в современной физике понятие ИСО расширилось до физической лаборатории, где имеется все, что необходимо для наблюдения физического процесса. В выбранной ИСО первый протон неподвижен, второй движется со скоростью v_{p2}. Прежде чем приступить к непосредственному решению задачи, уточним, что понимается в физике элементарных частиц под энергией взаимодействия: **принято называть энергией взаимодействия двух элементарных частиц их общую энергию в той ИСО, в которых их суммарный импульс равен нулю.**

Составим выражение для полной энергии сталкивающихся протонов в исходной ИСО "Лаборатория":

$$E = E_{0p1} + E_{p2} = mc^2 + E_{p2} .$$

При этом было учтено, что у первого протона есть только энергия покоя .

Суммарный импульс системы в векторной форме запишется так:

$$\vec{p} = \vec{p}_{10} + \vec{p}_2 = \vec{p}_2 .$$

так как первый протон неподвижен и его импульс равен нулю.

Рассматривая обе частицы в момент столкновения как одну сложную систему, составим для нее ту формулу Эйнштейна, которая является более общей, так как справедлива и для частиц, не имеющих массу, как например, фотон:

$$E = \sqrt{M^2c^4 + p^2c^2} ,$$

откуда

$$M^2c^4 = E^2 - p^2c^2 .$$

или

$$M^2c^4 = \left(E_2 - mc^2\right)^2 - \left(E_2^2 - m^2c^4\right) = 2E_2mc^2 + 2m^2c^4 = 2E_{10}E_2 + 2E_{10}^2.$$

Следовательно,

$$Mc^2 = \sqrt{2E_{10}E_2 + 2E_{10}^2} .$$

где M определяет суммарную массу взаимодействующих протонов.

Рассматриваемая реакция реально осуществляется на протонном ускорителе в г. Серпухове.

Так как энергия покоя протона

$$E_{10} = mc^2 = 14{,}03 \cdot 10^{-11}\,\text{Дж} = 0{,}938\ \text{ГэВ} ,$$

то для величины Mc^2, которую мы рассматриваем как полную энергию системы в момент столкновения, иными словами, как энергию взаимодействия, получаем :

$$Mc^2 = 11{,}54\ \text{ГэВ}.$$

Как видно из количественного результата, только малая доля энергии налетающего протона расходуется на саму реакцию взаимодействия.

Иначе обстоит дело, когда рассматривается взаимодействие частиц во встречных пучках. Покажем это с помощью элементарных расчетов, рассмотрев следующую ***задачу***.

Во встречных пучках сталкивается два электрона с энергией $E_1 = E_2 = 6$ МэВ (1 МэВ=10^6эВ). Какова энергия взаимодействия этих частиц?

Запишем условие задачи кратко.

Найти	$E_{вз}$
Дано	$m_e = 0{,}51$ МэВ $E = 6$ МэВ $E_1 = E_2 = E$ $v_1 = v_2 = v$

Решение

Выберем ИСО "Центр масс". Но в данной задаче она совпадает с ИСО "Лаборатория", так как одинаковые частицы - электроны - движутся навстречу друг другу с одинаковыми скоростями и их центр масс неподвижен в ИСО "Лаборатория".

Энергия взаимодействия равна энергии относительного движения электронов, если суммарный импульс системы до и после столкновения равен нулю. Энергию относительного движения мы определим по формуле:

$$E_{отн} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \, .$$

где V - скорость относительного движения электронов относительно друг друга. Эту величину определим так. Выберем новую ИСО “1-й электрон”, в которой второй электрон как раз и имеет скорость V. Воспользуемся формулой теоремы сложения скоростей СТО в одномерном движении:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1-\frac{u_x v}{c^2}} \, .$$

Применительно к нашей задаче $u_x = V, v = v_1, u'_x = v_2 = v$ - скорость 2-го электрона в ИСО “Лаборатория”. Тогда

$$v = \frac{Vv}{1-\frac{Vv}{c^2}} \, .$$

Разрешим это равенство относительно V, получаем

$$V = \frac{2v}{1+\frac{v^2}{c^2}} \, .$$

Теперь имеем возможность рассчитать $E_{вз}$ через данные задачи

$$E_{вз} = E_{отн} = \frac{E_0\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}{1-\frac{v^2}{c^2}} \, .$$

Из формулы

$$E_1 = \frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

можно определить

$$1-\frac{v^2}{c^2} = \frac{E_0^2}{E_1^2} \, ,$$

соответственно

$$1+\frac{v^2}{c^2} = 2-\frac{E_0^2}{E_1^2} \, .$$

Составим выражение для $E_{вз}$

$$E_{вз} = E_{отн} = \frac{E_0 E_1^2\left(2-\frac{E_0^2}{E_1^2}\right)}{E_0^2} \cong \frac{2E_1^2}{E_0} \, .$$

где сделано разумное упрощение, так как $\frac{E_0^2}{E_1^2} << 1$.

Подставляя числовые данные, получаем, что на взаимодействие электронов во встречных пучках в ИСО “Лаборатория” приходится энергии

$$E_{вз} = \frac{2 \cdot 36 (МэВ)^2}{0{,}51\ МэВ} = 141\ МэВ \, .$$

Результат этой задачи показывает, как перспективен метод взаимодействия частиц на встречных пучках.

Интересен вопрос о том, в каком ускорителе можно получить тот же эффект. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Пусть одна частица сталкивается с другой, которая неподвижна в данной ИСО. В момент столкновения образуется промежуточная частица, для которой формула Эйнштейна будет иметь вид:

$$(mc^2+E)^2 = M^2c^4 + p^2c^2,$$

или

$$M^2c^4 = (mc^2+E)^2 - p^2c^2,$$

где M - масса промежуточной частицы, E - ее энергия, p - ее импульс, а m - масса неподвижной частицы.

Преобразуем последнее соотношение:

$$M^2c^4 = m^2c^4 + 2mc^2E + E^2 - p^2c^2.$$

Но $(E^2 - p^2c^2)$ равняется квадрату массы налетающей частицы, умноженной на c^4, следовательно,

$$M^2c^4 = m^2c^4 + 2mc^2E + m^2c^4 = 2m^2c^4 + 2mc^2E.$$

Нам нужно найти такой ускоритель, который сообщает ускоряемой частице энергию, равную энергии, выделяющейся при столкновении встречных пучков. Поэтому приравняем

$$Mc^2 = 2E,$$

тогда

$$4E^2 = 2m^2c^4 + 2mc^2E,$$

откуда

$$E_x = \frac{4E^2 - 2m^2c^4}{2mc^2} = \frac{2E^2}{mc^2} - mc^2 \approx \frac{2E^2}{mc^2}.$$

Если E=*70ГэВ*, $m=m_p$=*0,938ГэВ*, , то

$$E_x = 10^5 \text{ ГэВ}!$$

Полученный результат означает, что ускоритель на встречных пучках эквивалентен по эффективности одиночному ускорителю с неподвижной мишенью, сообщающей частице энергию 10^5*ГэВ*. Такие ускорители еще не построены...

§ 14. Релятивистское 4-х-мерное уравнение движения

Формула 2-го закона Ньютона (2.17), будучи инвариантной относительно формул преобразования Галилея, естественно, не

может быть инвариантной относительно формул преобразования координат и времени Лоренца. Как же записать формулу закона движения, чтобы удовлетворить принципу относительности Эйнштейна? Из изложенного выше материала напрашивается следующее правило: обе стороны уравнения движения должны содержать 4-х-мерные векторы, квадраты которых, как мы неоднократно убеждались, инвариантны в СТО.

Будем исходить из той формы уравнения движения, которую предложил И. Ньютон:

$$\frac{d}{dt}\vec{P} = \vec{F}. \tag{14.1}$$

Лабораторное время t связано в СТО с собственным, инвариантным временем по формуле (6.9):

$$dt = \frac{d\tau}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, \tag{6.9}$$

а под $\vec{P}$ будем понимать инвариантный 4-х-мерный вектор импульса, причем

$$P_1 = mV_1,\ P_2 = mV_2,\ P_3 = mV_3,\ P_4 = mV_4,$$

m— инвариантная масса тела, а проекции 4-х-мерного вектора скорости даются формулами (9.6), (9.7):

$$V_i = \frac{u_i}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\quad i = 1, 2, 3; \qquad V_4 = \frac{ic}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}.$$

Уравнение движения принимает вид:

$$\frac{d}{d\tau}(mV_i) = f_i, \quad i = 1,2,3,4 \tag{14.2}$$

где введены обозначения:

$$f_1 = \frac{F_x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\quad f_2 = \frac{F_y}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\quad f_3 = \frac{F_z}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},$$

а f_4 определяется ниже. В такой записи левая сторона уравнения движения уже выражена через величины, образующие инварианты.

Найдем явное выражение для четвертой компоненты 4-х-мерного вектора силы f_4. Для этого умножим все проекции 4-х-мерного вектора скорости V_i, на соответствующие проекции 4-х-мерного вектора силы и сложим эти произведения (мы получим так называемое 4-х-мерное скалярное произведение двух 4-х-мерных векторов):

$$V_1 f_1 + V_2 f_2 + V_3 f_3 + V_4 f_4 = V_1 \frac{d}{d\tau}(mV_1) + V_2 \frac{d}{d\tau}(mV_2) + V_3 \frac{d}{d\tau}(mV_3) + $$
$$+ V_4 \frac{d}{d\tau}(mV_4),$$

где использованы значения проекций 4-х-мерного вектора силы, исходя из формулы (14.2).

Легко убедиться, проведя дифференцирование, что предыдущее выражение можно записать и так:

$$(\vec{V}\vec{f}) = \frac{m}{2}\frac{d}{d\tau}\left(V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + V_4^2\right). \qquad (14.4)$$

Но в скобках стоит 4-х-мерный инвариант, равный постоянной величине (см. формулу (9.8)), производная от которой равна нулю. Следовательно,

$$(\vec{V}\vec{f}) = V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + V_4^2 = 0, \qquad (14.5)$$

откуда

$$f_4 = -\frac{V_1 f_1 + V_2 f_2 + V_3 f_3}{V_4}. \qquad (14.6)$$

Все величины, стоящие справа в формуле (14.6), нам известны. Подставим их значения:

$$f_4 = -\frac{u_x F_x + u_y F_y + u_z F_z}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} \cdot ic}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} = \frac{i}{c}\frac{(\vec{u}\vec{F})}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}. \qquad (14.7)$$

где $(\vec{u}\vec{F})$ — трехмерное скалярное произведение трехмерных векторов $\vec{u}$ и $\vec{F}$.

Итак, четвертая проекция 4-х-мерного релятивистского уравнения движения записывается в следующем виде:

$$\frac{d}{d\tau}\left(m \cdot \frac{ic}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right) = \frac{i}{c}\frac{(\vec{u}\vec{F})}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}. \qquad (14.8)$$

После сокращения на мнимую единицу, переноса множителя c налево и перехода к лабораторному времени согласно соотношению (6.9), уравнению (14.8) можно придать вид:

$$\frac{d}{dt}\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = (\vec{u}\vec{F}). \qquad (14.9)$$

Выясним физический смысл этого уравнения. Так как величина

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

определяет энергию движущегося тела (это формула Эйнштейна (10.5)), то левая сторона (14.9) определяет изменение энергии движущегося тела за единицу времени. Справа же величина указывает, что за счет этого изменения энергии (за единицу времени) совершается работа силы F (также за единицу времени). Действительно:

$$(\vec{u}\vec{F}) = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{S}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{F}\vec{S}) = \frac{d}{dt}A.$$

Таким образом, четвертая проекция релятивистского 4-х-мерного уравнения движения выражает закон сохранения и превращения энергии. Если тело изолировано (или система тел замкнута), то из уравнения (14.1) тотчас же следует закон сохранения количества движения. Все же 4 проекции релятивистского уравнения движения объединяют два самостоятельных в классической физике закона сохранения: закон сохранения импульса и закон сохранения и превращения энергии в единый в СТО закон сохранения энергии-импульса. Этот факт был уже нами установлен при рассмотрении физического смысла 4-х-мерного вектора импульса.

Как и ранее введенные 4-х-мерные векторы, 4-х-мерный вектор силы $\vec{f}(f_1, f_2, f_3, f_4)$ при переходе от одной ИСО к другой преобразуется по формулам Лоренца:

$$f_1' = \frac{f_1 + i\beta f_4}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad f_2' = f_2, \quad f_3' = f_3, \quad f_4' = \frac{f_4 - i\beta f_1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad (14.10)$$

где $\beta = \frac{v}{c}$, v — относительная скорость движения ИСО L' относительно ИСО L.

В качестве примера использования этих формул рассмотрим частный случай, когда тело покоится в ИСО L, т.е. u=0. Тогда, учитывая формулы (14.3), тотчас же получаем:

$$f_1 = F_x, \quad f_2 = F_y, \quad f_3 = F_z, \quad f_4 = 0.$$

С другой стороны, аналогично формулам (14.3) можно написать формулы для компонент 4-х-мерного вектора силы в ИСО L':

$$f_1' = \frac{F'_{x'}}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}, \quad f_2' = \frac{F'_{y'}}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}, \quad f_3' = \frac{F'_{z'}}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}, \quad f_4' = \frac{i}{c}\frac{(\vec{F}\vec{u})}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}. \qquad (14.11)$$

Составляя формулы (14.10), получаем (с учетом, что в ИСО L' тело движется со скоростью u'=—v):

$$F'_{x'} / \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = F_x / \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

откуда

$$F'_{X}{}' = F_x,$$

$$\frac{F'_{y'}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = F_y,$$

т.к. u=0.

Аналогично

$$\frac{F'_{z'}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = F_z \quad . \qquad (14.12)$$

Составим

$$f_4' = -\frac{i(\vec{F}\vec{v})}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = -\frac{i(F_x v)}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

где учтено, что u''=-v и имеет лишь одну проекцию на ось $Q'x'$ (при этом $F'_{x'} = F_x$). Тогда четвертая формула Лоренца для четвертой проекции 4-х-мерного вектора силы превращается в тождество.

Итак, релятивистское четырехмерное уравнение движения $\frac{d}{d\tau}P_i = f_i$ инвариантно относительно формул преобразования координат и времени Лоренца. Это и есть то, что утверждает принцип относительности Эйнштейна.

§15. Релятивистское трехмерное уравнение движения

Рассмотрим релятивистское уравнение движения в лабораторной СО (см. формулу (14.1)). Учтем при этом, что три пространственные компоненты релятивистского импульса определяются выражением

$$\vec{P} = \frac{m\vec{u}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \text{ (см. 10.2).}$$

Тогда уравнение (14.1) запишется так:

$$\frac{d}{dt}\frac{m\vec{u}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\vec{F}\quad, \tag{15.1}$$

где m — инвариантная масса.

Раскроем производную по времени в левой части уравнения (15.1) как производную от произведения:

$$\frac{d}{dt}\frac{m\vec{u}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\frac{m}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\frac{d\vec{u}}{dt}+\vec{u}\frac{d}{dt}\frac{m}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}. \tag{15.2}$$

Преобразуем второе слагаемое, умножив и разделив его предварительно на c^2:

$$\frac{\vec{u}}{c^2}\frac{d}{dt}\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\frac{\vec{u}}{c^2}\left(\vec{F}\vec{u}\right),$$

где использована формула (14.9).

После элементарных перестановок уравнение (15.1) принимает вид:

$$m\frac{d\vec{u}}{dt}=\left[\vec{F}-\frac{\vec{u}}{c^2}\left(\vec{F}\vec{u}\right)\right]\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}. \tag{15.3}$$

Это уравнение является общей формой записи релятивистского уравнения движения в трехмерной форме. Иными словами, *это есть формула 2-го закона Ньютона в СТО*. Обратим внимание на существенно новое, что содержится в уравнении (15.3), по сравнению с классическим уравнением 2-го закона Ньютона. По своему смыслу производная $\frac{d\vec{u}}{dt}$ есть ускорение. Но тогда из уравнения (15.3) следует, что ускорение в релятивистском движении не всегда совпадает по направлению с вектором силы (как это требуется в классической механике), а зависит также от направлсния скорости (в формуле (15.3) справа стоит векторная сумма 2-х векторов $\vec{F}$ и $\alpha\cdot\vec{u}$, где $\alpha=\frac{1}{c^2}\left(\vec{F}\vec{u}\right)$, которые в общем случае не параллельны.

Рассмотрим два простейших случая расположения векторов $\vec{F}$ и $\vec{u}$ (эти случаи встречаются при движении заряженных частиц в электрическом или магнитном полях).

1. Пусть вектор силы $\vec{F}$ направлен перпендикулярно вектору скорости $\vec{u}$. Тогда скалярное произведение этих векторов равно нулю и уравнение движения принимает вид:

$$m_{\perp}\cdot\vec{a}_{кл}=\vec{F}\ , \tag{15.4}$$

где для сокращения записи введено обозначение

$$m_{\perp}=\frac{m}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}.$$

Эту величину иногда называют “поперечной массой”, что символически указывает на относительное расположение векторов $\vec{F}$ *и* $\vec{u}$ в этой задаче. *Никакого физического смысла это название не содержит.*

2. Пусть векторы $\vec{F}$ и $\vec{u}$ располагаются параллельно друг другу. Тогда второй член справа в уравнении движения (15.3) можно преобразовать так:

$$\frac{\vec{u}}{c^2}\left(\vec{F}\vec{u}\right)=\frac{\vec{u}}{c^2}F\cdot u=\frac{u}{c^2}\vec{F}u=\frac{u^2}{c^2}\vec{F}.$$

Знак вектора перенесен с величины u на F, что возможно в силу параллельности этих векторов. Уравнение движения (15.3) в рассматриваемом случае принимает вид:

$$\frac{m}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)}\vec{a}_{кл}=\vec{F}\quad.$$

Если ввести обозначение

$$m\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} = m_{\uparrow\uparrow},$$

то внешне уравнение движения снова принимает классическую форму (в этом и смысл введения величины $m_{\uparrow\uparrow}$):

$$m_{\uparrow\uparrow}\vec{a}_{кл} = \vec{F}.$$

Величину $m_{\uparrow\uparrow}$ иногда в литературе называют "продольной массой", но как и "поперечная масса", "продольная масса" не должна пониматься как физическая величина. *Физический смысл имеет только инвариантная масса m.*

Определим закон изменения скорости тела для этого случая. Запишем уравнение движения так (знак вектора опустим в силу одномерности движения):

$$\frac{m}{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}}}\frac{du}{dt} = F \quad \text{или} \quad \frac{du}{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)} = a_0 dt, \quad \text{где} \quad a_0 = \frac{F}{m}.$$

Интегрирование приводит к следующему результату:

$$\frac{u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = a_0 t, \quad \text{откуда} \quad u = \frac{at}{\sqrt{1+\left(\frac{a_0 t}{c}\right)^2}}.$$

Легко проверить, что при $t \to \infty$ скорость будет стремиться к предельному значению, равному скорости света в вакууме *c*, как и должно быть в СТО.

§16. Инвариантность уравнений электродинамики

Первый постулат Эйнштейна утверждает, что все законы природы одинаковы во всех ИСО. Выше мы показали, как требуется изменить классическое уравнение движения в механике, чтобы оно оказалось инвариантным относительно формул преобразования координат и времени в СТО — формул Лоренца.

А как обстоит дело в других разделах физики? Здесь ученых ждала удивительная удача. Уравнения, описывающие свойства электромагнитного поля — уравнения Максвелла, сформулированные за три десятилетия до создания СТО, оказались инвариантными относительно формул Лоренца. Это означало, что электромагнитные процессы при одинаковых условиях во всех ИСО протекают одинаково. Невозможно, наблюдая электромагнитные процессы, обнаружить абсолютный покой или движение. Для электромагнитных процессов оказался справедливым принцип относительности Эйнштейна (а не Галилея).

Инвариантность уравнений Максвелла* можно показать непосредственно, но это очень сложная вычислительная задача. Мы изберем другой путь, который неоднократно был проиллюстрирован выше: нужно записать уравнения электромагнитного поля в 4-мерной инвариантной форме.

Как показывается в курсе электродинамики, уравнения Максвелла можно заменить более удобными с математической точки зрения уравнениями Даламбера, вводя вспомогательные функции — скалярный и векторный потенциалы — следующим образом:

$$\vec{E} = -grad\varphi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$$

и (16.1)

$$\vec{B} = rot\vec{A}.$$

В силу градиентной неоднозначности введения таким образом скалярного и векторного потенциалов, на них накладывается ограничительное или калибровочное условие Лоренца:

$$div\vec{A} + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\varphi}{\partial t} = 0 \text{ (для вакуума).} \qquad (16.2)$$

Благодаря условию (16.2) уравнения, которым должны удовлетворять скалярный и векторный потенциалы, существенно

* § 16 предназначен для читателей, знакомых с уравнениями Максвелла.

упрощаются и принимают для обоих потенциалов однотипный вид (что и оправдывает введение этих вспомогательных функций). Эти уравнения и получили название уравнений Даламбера. Для вакуума, они имеют следующий вид:

$$\Delta\varphi - \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0},$$

и (16.3)

$$\Delta\vec{A} - \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} = -\mu_0\vec{j} \ .$$

Нашей задачей является придать калибровочному условию (16.2) и уравнениям Даламбера (16.3) 4-х-мерную форму записи.

Введем 4-х-мерный вектор $\vec{\Phi}$ с компонентами:

$$\Phi_1 = A_x, \quad \Phi_2 = A_y, \quad \Phi_3 = A_z, \quad \Phi_4 = \frac{i}{c}\varphi, \qquad (16.4)$$

воспользуемся координатами Минковского (9.1):

$$x_1=x, \quad x_2=y, \quad x_3=z, \quad x_4=ict, \qquad (9.1)$$

и введем еще один 4-х-мерный вектор:

$$j_1=j_x, \quad j_2=j_y, \quad j_3=j_z, \quad j_4=ic\,\rho\,. \qquad (16.5)$$

Тогда и калибровочное условие (16.2), и уравнения Даламбера (16.3) запишутся в инвариантной 4-х-мерной форме так:

$$\frac{\partial\Phi_1}{\partial x_1} + \frac{\partial\Phi_2}{\partial x_2} + \frac{\partial\Phi_3}{\partial x_3} + \frac{\partial\Phi_4}{\partial x_4} = 0 \qquad (16.6)$$

$$\frac{\partial^2\Phi_k}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2\Phi_k}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2\Phi_k}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2\Phi_k}{\partial x_4^2} = -\mu_0 j_k\,, \qquad (16.7)$$

В уравнении (16.7) фактически записаны 4 уравнения, которые получаться, если индексу κ придавать значения κ=1, 2, 3, 4.

Таким образом, уравнения Даламбера вместе с калибровочным условием, физически эквивалентные самим уравнения Максвелла, инвариантны относительно формул преобразования координат и времени Лоренца. Иными словами, **законы электродинамики одинаковы во всех инерциальных системах отсчета.**

Важным в электродинамике является закон сохранения электрического заряда, дифференциальная форма записи которого имеет следующий вид:

$$div\,\vec{j} = \frac{\partial\rho}{\partial t}\,. \qquad (16.9)$$

Это равенство утверждает, что в результате изменения объемной плотности электрических зарядов в бесконечно малой окрестности некоторой точки возникает электрический ток с плотностью $\vec{j}$. Знак минус появляется из-за договоренности, считать ток положительным, если он истекает из точки, в бесконечно малой окрестности которой происходит уменьшение объемной плотности электрических зарядов.

Для решения поставленной задачи воспользуемся ранее введенными 4-х-мерными векторами $\vec{r}$ (x_1, x_2, x_3, x_t) и $\vec{j}$ (j_1, j_2, j_3, j_4). Тогда уравнение (16.9) в четырехмерной форме можно записать так:

$$\frac{\partial j_1}{\partial x_1} + \frac{\partial j_2}{\partial x_2} + \frac{\partial j_3}{\partial x_3} + \frac{\partial j_4}{\partial x_4} = 0,$$

или

$$\sum_{i=1}^{4} \frac{\partial j_i}{\partial x_i} = 0\,. \qquad (16.9)$$

Мы получили 4-х-мерную дивиргенцию, т. е. закон сохранения электрического заряда может быть представлен в 4-х-мерной записи, что говорит об инвариантности этого закона. Как и у других 4-х-мерных векторов, компоненты 4-х-мерного вектора плотности тока j_1, j_2, j_3, j_4 при переходе от одной ИСО к другой преобразуются по формулам Лоренца. Запишем эти формулы для компонент вектора $\vec{j}$:

$$j_1 = \frac{j_1' - i\frac{v}{c}j_4'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad j_2 = j_2', \quad j_3 = j_3', \quad j_4 = \frac{j_4' + i\frac{v}{c}j_1'}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (16.10)$$

Покажем на простом примере использование этих формул. Пусть в ИСО L' неподвижен заряд с объемной плотностью ρ_0. Относительно ИСО L заряд будет двигаться со скоростью $\vec{v}$. Определим компоненты 4-мерного вектора плотности тока в ИСО L:

$$j_1 \frac{\rho v}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad j_2 = j_2', \quad j_3 = j_3', \quad \rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (16.11)$$

Таким образом, в ИСО L возникает электрический ток в направлении оси Ox и, кроме того, изменяется объемная плотность электрического заряда $\rho > \rho_0$. Если первый результат предсказывается и в классической электродинамике (только в другом количественном выражении), то второй эффект имеет чисто релятивистское происхождение. При этом надо иметь в виду, что изменение объемной плотности движущегося заряда не противоречит доказанной выше инвариантности закона сохранения электрического заряда. Дело в том, что величина объема, в котором находится электрический заряд, меньше в ИСО L, чем в ИСО L', из-за относительности продольных размеров объема, занимаемого зарядом: $dV = dV_0\sqrt{1-\beta^2}$. Но величина самого заряда, находящегося в этом объеме, для обоих ИСО будет одной и той же:

$$dq = dV \cdot \rho = dV_0\sqrt{1-\beta^2} \cdot \frac{\rho_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = dV_0\rho_0 = dq_0 = инв.$$

Независимость величины заряда от скорости его движения обусловливает нейтральность атома, несмотря на огромную скорость движения электронов в атоме. Точно так же остается нейтральным кусок металла при его нагревании, хотя происходит значительное изменение скорости кинетического движения свободных электронов — электронов проводимости по сравнению изменения скорости колебательного движения ионов кристаллической решетки.

Рассмотрим еще раз 4-х-мерный вектор тока $\vec{j}(j_1, j_2, j_3, j_4)$, составим квадрат его модуля:

$$j^2 = j_1^2 + j_2^2 + j_3^2 + j_4^2 = i^2 + j_4^2,$$

где

$$i^2 = j_1^2 + j_2^2 + j_3^2 = j_x^2 + j_y^2 + j_z^2.$$

Так как $\vec{i} = \rho\vec{u}$ и $j_4 = ic\rho$, то

$$j^2 = \rho^2u^2 - c^2\rho^2 = -c^2\rho^2\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right) = -c\frac{\rho_0^2}{1-\frac{u^2}{c^2}}\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right) = -c^2\rho_0^2 = инв.$$

Тем самым мы подтвердили, что квадрат 4-х-мерного вектора тока действительно является инвариантом. С другой стороны, условие:

$$\left(\rho^2u^2 - c^2\rho^2\right) < 0$$

означает, в силу инвариантности этого неравенства в любой ИСО, что всегда $u<c$, т.е. скорость движения заряда, связанного с вещественной частицей (телом), всегда меньше скорости света в вакууме.

§ 17. Относитеьность деления единого электромагнитного поля на электрическое и магнитное

По существу, возможность путем соответствующего выбора ИСО обнаружить или только электрическое, или только магнитное, или и то и другое воздействие электромагнитного поля на заряды и токи было известно и в классической, до релятивистской электродинамике. Действительно, классическая формула для силы Лоренца $\vec{F} = q\vec{E} + q\left[\vec{u}\vec{B}\right]$ распадается на два слагаемых: первое определяет электрическую часть этой силы, второе — магнитную часть. Поскольку магнитное действие испытывает только движущийся заряд, то переходя в ИСО, в которой этот заряд будет неподвижным, приборы не обнаружат магнитного действия. Но никакого исчезновения (или возникновения) материи при этом не происходит: ни в одной ИСО нельзя одновременно устранить и электрическое и магнитное воздействие. Дело в том, что существует единое электромагнитное поле, но исторически сложилось так, что его различные проявления (в зависимости от условий наблюдения, от выбора ИСО) получили самостоятельные названия: электрическое воздействие (при этом электромагнитное поле называется электрическим), магнитное воздействие (в этом случае электромагнитное поле называется магнитным). Речь идет фактически о стационарных или статических полях. Именно в этом случае уравнения Максвелла распадаются на две группы уравнений, одни из которых описывают электрические проявления электромагнитного поля, другие — магнитные. В нестационарном же случае такое разделение уже сделать невозможно, и при всяком изменении во времени электрического (магнитного) поля возбуждаются вихри магнитного (электрического) поля. Подобный взаимосвязанный процесс может распространяться в пространстве в виде электромагнитных волн. И в любой ИСО можно будет обнаружить единое электромагнитное поле как единую материальную среду.

Все это, в принципе, было известно и до создания СТО (за исключением того, что электромагнитное поле считалось не одним из видов материи, а особым состоянием электромагнитного эфира). Главное различие результатов СТО по сравнению с формулами до релятивистской физики состоит в различных аналитических выражениях для преобразований характеристик электромагнитного поля.

В качестве иллюстрации относительности деления единого электромагнитного поля на электрическое и магнитное рассмотрим следующую задачу: по проводнику идет постоянный ток, нужно рассмотреть поле этого тока, исходя из двух ИСО "Проводник" и "Электрон", связав каждую из них с соответствующим объектом.

В ИСО "Проводник" кристаллическая решетка проводника неподвижна, а с некоторой скоростью и движутся электроны проводимости. Так как по проводнику течет постоянный ток, то сколько электронов "заходит" в какой либо участок проводника,

столько же "выходит", это следует из определения постоянного тока. Поэтому, как до замыкания цепи, так и после в целом проводник оказывается нейтральным. Математически это можно записать так: $\rho_+ = -\rho_-$ или $\rho_+ + \rho_- = 0$, где ρ_+ и ρ_- — объемные плотности положительных зарядов кристаллической решетки и электронов, создающих в данной ИСО электрический ток с плотностью $j_x^- = \rho_- u$, причем $\rho_- = -en$, знак (—) учитывает знак заряда электрона, n— объемная плотность электронов.

В ИСО "Электрон" электроны проводимости неподвижны, но движется кристаллическая решетка со скоростью (—u). В этой ИСО изменится объемная плотность и положительных и отрицательных зарядов согласно формулам, полученным выше (16.11):

$$\rho'_+ = \left(\rho_+ - \frac{j_x^+ u}{c^2}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}},$$

где $j_x^+ = 0$, так как положительные ионы в ИСО "Проводник" неподвижны. Соответственно, учитывая, что $j_x^- = -enu,$ имеем:

$$\rho'_- = \frac{\rho_- - \frac{j_x^- u}{c^2}}{\sqrt{1-u^2/c^2}}.$$

Составим выражение

$$\rho'_+ + \rho'_- = \frac{e^2 n \cdot u^2}{c^2\sqrt{1-u^2/c^2}},$$

что больше нуля, т. е. проводник в ИСО "Электрон" приобретает положительный заряд. И если в ИСО "Проводник" вокруг проводника с помощью приборов (т.е. объективно) можно обнаружить магнитное поле, то в ИСО "Электрон" приборы зафиксируют и электрическое поле (от заряженного проводника), и магнитное поле (от тока, связанного с движением ионов решетки в этой ИСО).

Отметим еще раз, что никакого творения материи не происходит, в обеих ИСО существует единое электромагнитное поле. Но путем выбора ИСО, т. е. условий наблюдения этого материального объекта, мы обнаруживаем у него разные проявления, разные свойства.

Так как при переходе от одной ИСО к другой изменяется не только величина ρ, но также и плотность тока j_x, а с этими характеристиками зарядов и токов непосредственно связаны характеристики электромагнитного поля, его векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$, это и указывает на относительный характер этих величин.

Рассмотрим следующую задачу и получим формулы преобразования компонент вектора $\vec{E}$ при переходе от одной ИСО к другой. Свяжем с неподвижной ИСО L плоский конденсатор. Пусть его пластины расположены параллельно плоскости yOz, т. е. поле между пластинами направлено вдоль оси Ox и равно

$$E = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S},$$

где q — заряд на пластине конденсатора, S — ее площадь.

Перейдем к подвижной ИСО L', движущейся вдоль оси Ox. Так как пластины конденсатора расположены перпендикулярно направлению движения, то размеры пластин не изменяются при наблюдении конденсатора из ИСО L', не изменяется и поверхностная плотность зарядов, а значит, не изменяется и напряженность поля в направлении оси $O'x'$:

$$E'_{x'} = E_x.$$

Расположим теперь пластины конденсатора параллельно плоскости xOz, напряженность поля в этом случае будет направлена вдоль оси Oy и равна $E_y = q/\varepsilon\varepsilon_0 S$. Снова перейдем в ИСО L'. Так как пластины конденсатора расположены параллельно направлению движения, то в ИСО L' их размеры уменьшатся в $\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$ раз, где u— относительная скорость движения ИСО L' относительно ИСО L: $S' = S/\sqrt{1-u^2/c^2}$. Поэтому

$$E'_{y'} = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S'} = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{E_y}{\sqrt{1-u^2/c^2}}.$$

Рассуждая аналогично, можно получить, что

$$E'_{z'} = \frac{E_z}{\sqrt{1-u^2/c^2}}.$$

Значительно сложнее выводятся формулы преобразования компонент характеристик поля в общем случае. Поэтому приведем эти формулы без вывода:

$$\begin{aligned} E'_{x'} &= E_x, & B'_{x'} &= B_x, \\ E'_{y'} &= \frac{E_y - vB_z}{\sqrt{1-\beta^2}}, & B'_{y'} &= \frac{B_y + \frac{v}{c^2}E_z}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ E'_{z} &= \frac{E_z + vB_y}{\sqrt{1-\beta^2}}, & B'_{z} &= \frac{B_z - \frac{v}{c^2}E_y}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{aligned} \qquad (17.1)$$

где v— скорость движения ИСО L' относительно ИСО L. Из формул (17.1) следует, что если в одной ИСО есть только электрическое поле, то в другой ИСО обнаруживается не только электрическое, но и магнитное поле. Мы еще раз убеждаемся, что деление единого электромагнитного поля на электрическое и магнитное относительно.

§ 18. Инварианты электромагнитного поля

Как и в механике СТО, где относительным пространственным и временным или импульсным и энергетическим характеристикам процессов сопоставляются абсолютные величины — интервал (в первом случае) или 4-мерный вектор энергии-импульса (во втором случае), так и в релятивистской электродинамике относительным векторам электромагнитного поля сопоставляются две абсолютные, инвариантные величины, которые вводятся при помощи следующих выражений:

$$I_1 = E^2 - c^2B^2,$$
$$I_2 = \left(\vec{E}\vec{B}\right) \qquad (18.1)$$

Используя формулы преобразования компонент векторов поля (17.1), можно убедиться в инвариантности этих выражений.

Подобно тому, как с помощью интервала удалось глубже разобраться в причинно-следственных связях явлений, разделив все пары событий на два не переходящих друг в друга класса событий (§ 8), так и с помощью первого инварианта (18.1) можно электромагнитные поля разделить на классы: 1) $I_1 > 0$ — электроподобные поля; 2) $I_1 < 0$ — магнитоподобные поля и 3) $I_1 = 0$. Название инварианта указывает на то, что при выполнении соответствующего условия, во всех ИСО абсолютным является соответствующее проявление поля. Например, если $I_1 > 0$, то во всех ИСО будет обнаруживаться электрическое проявление электромагнитного поля, магнитное же проявление можно устранить. В случае $I_1 = 0$ получаем $E = cB$, что соответствует связи векторов в электромагнитной волне. Особый интерес представляет случай, когда не только $I_1 = 0$, но и $I_2 = 0$. Второе условие (18.1) является скалярным произведением векторов поля, оно может быть равно нулю (при отличных от нуля векторах поля), если эти вектора взаимно перпендикулярны. И в силу инвариантности I_2, это свойство векторов поля сохраняется в любой ИСО. Другими словами — электромагнитные волны имеют поперечный характер в любой ИСО. Кроме того, инвариантной величиной является скорость их распространения в вакууме.

§ 19. Физическая картина мира и СТО

В процессе познания и изучения свойств окружающего мира в науке выделяются наиболее общие понятия и идеи, принципы

и теории, с помощью которых на данном этапе развития физики создается модель природы. Этот идеализированный в рамках существующих представлений образ природы и носит название физической картины мира (ФКМ).

С момента возникновения современной физики (со времен Галилея, Декарта, Ньютона) сменилось уже несколько физических картин мира. В период господства механики, когда казалось, что все явления можно объяснить, исходя из законов механики, была построена механическая картина мира. Ее основные представления:

1) Вещественные тела существуют в абсолютном пространстве и времени, свойства последних не обусловлены вещественными телами, они не взаимосвязаны между собой.

2) Предполагается возможность передачи действия мгновенно на любое расстояние без участия в этом промежуточной среды (принцип дальнодействия), причинно-следственные связи носят абсолютный характер между всеми процессами в мире. В качестве универсального мгновенного действия предлагаются гравитационные силы.

3) Вес движения могут быть сведены к механическим. Законы механики, рассматриваемые в ИСО, имеют абсолютный характер.

Метафизический характер механической картины мира привел физику к необходимости построить новую ФКМ, что стало насущной необходимостью в связи с интенсивным развитием оптики, электричества и магнетизма в XIX веке.

Наряду с вещественными телами, имеющими дискретное строение, стало изучаться особое состояние гипотетической среды -эфира, получившее название электромагнитного поля. Существенным отличием поля от вещества является то, что поле подчиняется принципу суперпозиции. Идея распространения электромагнитного поля в эфире с неизбежностью приводит к принципу близкодействия: действие передается от точки к точке пространства с конечной скоростью, при этом главенствующую роль в этом процессе играет промежуточная среда. За исключением гравитационных сил, все известные взаимодействия сводятся к электромагнитным. Представления об эфире, с которым можно связать абсолютную систему отсчета, по-прежнему приводят к абсолютному пространству, абсолютному времени и абсолютному движению, однако, не механического, а электромагнитного характера. Мы перечислили основные представления электромагнитной картины мира, построенной к концу XIX века. Но в этой ФКМ было одно "узкое" место — эфир с его удивительными свойствами и противоречивыми проявлениями в различных опытах, часть из которых была рассмотрена в § 4.

В поисках выхода из ситуации, в которой оказалась физика в связи с проблемой эфира (а по сути дела, с проблемами, связанными со свойствами пространства, времени, движения и взаимодействия) в 1905 году А. Эйнштейн предложил два новых физических принципа и, как оказалось, создал новую физическую теорию — специальную теорию относительности. Разрешив проблему эфира как среды, которая НЕ нужна для существования и распространения электромагнитных волн, А. Эйнштейн признал тем самым наряду с веществом другой вид материи — электромагнитное поле. Принцип относительности был распространен на все физические процессы, и тем самым было отвергнуто абсолютное движение, абсолютное пространство и время. Была показана относительность длины и промежутков времени, одновременности и введена новая физическая величина — интервал, позволивший освободиться от абсолютного классического детерминизма и отнести любую пару событий к одному из двух классов. Между одними парами событий могут существовать причинно-следственные связи, между другими – таких связей не может быть ни в одной ИСО. Кроме того, интервал связал в единую абсолютную величину относительные в этой теории длину и промежутки времени. Независимые в классической физике, эти величины оказались в СТО взаимосвязанными. СТО ввела новые абсолютные величины, каковых не было в классической физике: скорость света, интервал, $4^{х}$-мерные векторы скорости, импульса, единый закон сохранения энергии – импульса и т.д. Ею завершено построение электродинамической картины мира.

§ 20. Познание продолжается...

Специальная теория относительности, разрешив трудности классической физики в вопросе о свойствах пространства, времени и движения, стала новым этапом в познании мира. Являясь общефизическим учением о пространстве, времени и движении, СТО оказала, вместе с тем, огромное влияние на жизнь всего человеческого общества, на его экономическое и социальное состояние. И в этом не переходящее значение специальной теории относительности.

Однако как и всякая научная теория, СТО не является пределом познаваемости мира. Рассматривая однородное и изотропное пространство, однородное время, инерциальные системы отсчета, СТО заведомо идеализирует свойства материального мира. Так, например, гравитационное поле Земли делает околоземное пространство анизотропным; в силу идеального характера 1-го закона механики, движение по инерции можно обнаружить лишь на малом пути за малый промежуток времени, в действительности все системы отсчета не инерциальны. Да и в самой СТО обнаружились некоторые трудности. Действительно, в этой теории все события считаются точечными, происходящими в пространственной точке. Все же реальные события занимают определенный пространственный объем. При рассмотрении актов взаимодействия элементарных частиц, чтобы избавиться от бесконечно быстрой передачи действия через объем самой элементарной частицы, СТО рассматривает их как точечные образования, как материальные точки. Вместе с тем, эксперимент указывает на сложную пространственную структуру, например, протона или нейтрона, мезонов и барионов.

Анализируя постулаты СТО, мы утверждали предельность скорости света в вакууме, понимая под этим невозможность преодолеть этот предел и оказаться в области сверхсветовых скоростей. Однако в последние годы дискутируется вопрос о так называемых тахионах — частицах, движущихся со сверхсветовой скоростью. Эти частицы также не могут преодолеть световой барьер и перейти в наш мир. Но главным препятствием в признании реальности существования таких частиц является нарушение для них закона причинности, который для нашего “до светового” мира является абсолютным законом природы. И все же проблема о тахионах обсуждается и теоретиками, и экспериментаторами...

Создав в 1905 году специальную теорию относительности, А. Эйнштейн понимал, что она “работает” лишь с одним классом систем отсчета — инерциальными системами отсчета. Поэтому перед ним встала задача обобщить свою теорию на неинерциальные системы отсчета. Что и было им сделано к 1916 году. В этой теории, получившей название “Общая теория относительности”, А. Эйнштейн показал, что учет гравитационного поля приводит к анизотропии пространства и неоднородности времени. Вскоре общая теория относительности была подтверждена экспериментально и в настоящее время считается релятивистской теорией пространства, времени и тяготения.

Эксперимент показывает, что выводы СТО остаются верными и в микромире вплоть до достигнутых расстояний в 10^{-15} м и промежутков времени в 10^{-23} с. Но в микромире действуют иные законы, чем в макромире. Да и СТО не учитывает квантовых свойств микромира. Поэтому естественно ожидать, что на более глубоких уровнях, чем 10^{-15} м и 10^{-23} с, специальная теория относительности, может быть, не будет верна. Но теории пространства-времени микромира пока не существует. Мир ждет нового Эйнштейна. Ведь процесс познания вечен, познание продолжается...

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1. К выводу формул Лоренца.

Для общности, 2-я и 3-я формулы преобразования записаны так:

$$y' = \beta y \text{ и } z' = \beta z,$$

где в силу эквивалентности направлений Oy и Oz стоит один и тот же множитель β. Разрешим эти выражения относительно не штрихованных координат:

$$y = \frac{1}{\beta} y' \quad \text{и} \quad z = \frac{1}{\beta} z'.$$

Из равноправия ИСО L и L' непосредственно следует, что коэффициенты β и $\frac{1}{\beta}$ должны быть равны (иначе одну ИСО можно было бы отличить от другой по изменению длины масштаба). Но это возможно (при нашем выборе направлений осей координат ИСО Oy' и Oz'), если коэффициент $\beta = 1$. Поэтому

$$y' = y \text{ и } z' = z.$$

Приложение 2. Нахождение коэффициентов α, δ, γ.

Решим алгебраическую систему уравнений (6.4).

$$\alpha^2 - c^2\delta^2 = 1, \qquad (6.4.а)$$

$$\alpha^2 v^2 - c^2\gamma^2 = -c^2, \qquad (6.4.б)\ (П.2.1)$$

$$-\alpha^2 v + c^2\gamma\delta = 0. \qquad (6.4.в)$$

Выразим из равенства (6.4.в) коэффициент δ:

$$\delta = \frac{\alpha^2 v}{c^2\gamma} \qquad (П.2.2)$$

и подставим в уравнение (6.4.а):

$$\alpha^2 - \frac{\alpha^4 v^2 c^2}{c^4\gamma^2} = 1. \qquad (П.2.3)$$

Из равенства (6.4.б) выразим α^2 :

$$\alpha^2 = \frac{c^2\gamma^2 - c^2}{v^2}$$

и подставим в (П.2.3):

$$\frac{c^2\gamma^2 - c^2}{v^2} - \left(\frac{c^2\gamma^2 - c^2}{v^2}\right)^2 \frac{v^2}{c^2\gamma^2} = 1.$$

После приведения к общему знаменателю и сокращения подобных членов получаем:

$$\gamma^2 = \frac{1}{1 - v^2/c^2}. \qquad (\text{П.2.4})$$

Полученное значение γ^2 подставляем в выражение для α^2, найденное из равенства (6.46):

$$\alpha^2 = \frac{1}{1 - v^2/c^2}. \qquad (\text{П.2.5})$$

Коэффициент δ определим из (6.4а):

$$\delta^2 = \frac{v^2}{c4} \cdot \frac{1}{1 - v^2/c^2}. \qquad (\text{П.2.6})$$

Приложение 3. “Парадоксы” СТО

С момента появления СТО ее пытались опровергнуть, в частности, с помощью задач, решения которых будто бы опровергают выводы СТО. Но каждый раз оказывалось, что обнаруживаемые противоречия были кажущимися, возникавшими из-за неправильного применения положений СТО. Однако, за такими задачами закрепилось название “Парадоксы СТО”, хотя, как будет видно из разбора некоторых из этих парадоксов, ничего парадоксального с точки зрения СТО в них нет. Часть этих парадоксов была рассмотрена в основном тексте, в том числе в § 7.

1. “Парадокс” пенала и карандаша

Этот “парадокс” аналогичен тому, что был рассмотрен в задаче № 2 (§7). Пусть пенал и карандаш движутся навстречу друг другу, их собственные длины одинаковы. В качестве исходной IIСО выберем СО “Пенал”. В силу относительности длины в этой ИСО карандаш полностью уместится в пенале (предположим, что у пенала отсутствуют передняя и задняя стенки, и карандаш может “зайти” внутрь пенала). Можно выделить четыре момента в рассматриваемом процессе вхождения карандаша внутрь пенала:

1) прохождение переднего конца карандаша через передний срез пенала $t_1=0$;

2) прохождение заднего конца карандаша через передний срез пенала $t_2=l`/v$. где $l`=l_0(1-v^2/c^2)^{-1/2}$;

3) прохождение переднего конца карандаша через задний срез пенала $t_3=l_0/v$;

4) прохождение заднего конца карандаша через задний срез пенала $t_4=(l_0+l`)/v$. В ИСО “Пенал” временной порядок событий такой $t_1<t_2<t_3<t_4$, что естественно и с точки зрения “здравого смысла”, опирающегося на классические представления об абсолютности длины и времени.

Так в чем же состоит парадокс? Он (парадокс) возникает, если рассмотреть процесс прохождения карандаша и пенала относительно друг друга, используя ИСО “Карандаш”. Рассмотрим временной порядок указанных выше четырех моментов в этой СО. Воспользуемся формулой Лоренца для преобразования временной координаты (6.6), нижний индекс у переменных будет соответствовать одному из четырех моментов процесса. Тогда получаются следующие выражения:

$$t_1' = \frac{t_1 - \frac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \qquad t_2' = \frac{t_2 - \frac{vx_2}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}};$$
$$t_3' = \frac{t_3 - \frac{vx_3}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad t_4' = \frac{t_4 - \frac{vx_4}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad (\text{П.3.1})$$

Подставим в эти формулы значения пространственных координат тех точек, где произошли события. Поскольку первое и второе события произошли на переднем срезе пенала, то для них $x_1=x_2=0$. Третье и четвертое события — на заднем срезе пенала, для этих событий $x_3=x_4=l_0$. Так как $l'=l_0(1-v^2/c^2)^{1/2}$, то из (П.3.1) следует, что $t_1'<t_3'<t_2'<t_4'$. Но это означает, что временной порядок событий изменился по сравнению с временным порядком событий в ИСО "Пенал". С точки зрения классических представлений это было невозможно, это противоречило "здравому смыслу", это было парадоксально, по классическим представлениям временной порядок событий абсолютен, так как абсолютно время, промежутки времени. Однако, в СТО время перешло в ранг относительных величин, временной порядок относителен, если между событиями нет причинно-следственных связей, относительна и одновременность событий. С точки зрения СТО в рассматриваемой задаче нет никакого парадокса, нужно только последовательно пользоваться рассуждениями в рамках СТО.

2. "Парадокс" транспортера

Транспортер представляет из себя замкнутую ленту из гибкого материала, которая движется по направляющим с помощью двух шкивов, укрепленных на концах станины. Приведем транспортер в действие, допустим, что лента движется с огромной, но не больше световой, скоростью. В СО, связанной со станиной, размеры горизонтальных частей ленты уменьшатся в $(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ раз. Если вначале лента провисала, то она натянется. Если же связать СО с лентой, то двигаться в этой СО будет станина, в этой СО лента должна будет провисать. Мы получили в двух системах отсчета для одного и того же явления исключающие друг друга результаты, "нарушен" принцип относительности, вот и парадокс. Однако, принцип относительности справедлив лишь для равноправных, инерциальных систем отсчета. В нашем же случае рассматриваемые СО не равноправны. Дело в том, что СО "Лента" не является инерциальной СО, со всей лентой (ее горизонтальные части движутся в противоположные стороны) нельзя связать одну инсрциальную систему отсчета. На шкивах лента вообще

движется с ускорением. Таким образом в результатах, полученных в СО "Станина" и "Лента", нет потиворечия принципу относительности СТО, справедливому лишь для ИНЕРЦИАЛЬНЫХ систем отсчета.

3. "Парадокс" сверхсветовых скоростей

Из второго постулата СТО следует, что скоростей, больших скорости света в вакууме, не существует. Для опровержения этого утверждения СТО придумывали мыслимые или реально осуществимые опыты, в которых шла речь о сверхсветовых скоростях. Так возникали "парадоксы" сверхсветовых скоростей. На самом же деле никаких парадоксов не возникало бы, если бы "опровергатели" СТО понимали бы, что в СТО речь идет не вообще о скоростях, а о скоростях сигналов, процессов, с помощью которых можно передавать информацию. Это должны быть обязательно материальные процессы. И для скорости их перемещения СТО ставит предел: скорости перемещения материальных процессов не могут превышать скорость электромагнитных волн в вакууме. Известно, что в вещественных средах скорость электромагнитных волн может быть значительно меньше скорости их в вакууме. Поэтому не будет никакого противоречия СТО, если в такой среде какая-нибудь элементарная частица (вещественный объект!) будет двигаться со скоростью, превышающей скорость света в этой среде.

В качестве примера существования "сверхсветовой" скорости рассмотрим скорость перемещения светового "зайчика", испущенного фонариком в сторону вертикальной стены, если сам фонарик будет равномерно вращаться вокруг оси, параллельной стене. С увеличением угла между перпендикуляром к стене и осью фонарика скорость перемещения светового "зайчика" неограниченно растет и приближается к бесконечности при стремлении угла к 90° (читателю предоставляется возможность решить эту по сути дела геометрическую задачу). Если учесть, что каждый след светового луча (световой "зайчик") есть след независимой порции световой энергии, то становится понятным, что в этом опыте речь идет о перемещении не одного тела, а появлении на стене последовательно множества независимых пятен — “зайчиков”. Поэтому положение СТО о предельности скорости света для передачи информации не нарушается. В качестве других примеров “сверхсветовых” скоростей можно назвать так называемую “фазовую” скорость электромагнитной волны (фазовая скорость — это скорость перемещения фазы волны — чисто математического понятия, характеризующего эту волну), скорость сближения двух тел в СО, не связанной с этими телами, или скорость перемещения пересечения двух стержней, переносимых равномерно параллельно своему первоначальному положению.

Из предыдущего следует, что все “парадоксы” возникают из неправильного толкования положений СТО. Положительным в процессе опровержения “парадоксов” является то, что решение таких задач позволяет глубже, правильнее понять содержание СТО.

4. Видимая форма тел, движущихся с релятивистской скоростью

Эта задача в определенной степени связана с предыдущей, так как для ее разбора необходимо учесть конечность скорости сигнала, несущего информацию. Обычно мы видим тело благодаря отраженным им световым лучам. Но для “убедительности” будем рассматривать куб, в вершинах которого располагаются горящие электрические лампочки. Пусть куб движется слева направо со скоростью, близкой к С. Чтобы увидеть такой куб, необходимо зафиксировать лучи, приходящие одновременно в сетчатку глаза, или на фотопластинку (пленку), или в приемник какого-либо регистрирующего устройства, воспринимающего электромагнитные волны. Однако, эти волны, принятые приемником одновременно, в силу конечности скорости распространения световых волн, должны были быть испущены светящимся телом в разные моменты времени. Более удаленные точки тела должны были “послать” свет раньше, чем ближе расположенные. Но более удаленные точки в более ранний момент времени находились еще левее той линии, вдоль которой “смотрит” ось фотоаппарата (глаза или другого регистрирующего устройства). Т.о., на пленке будет зафиксирована левая боковая грань куба, как если он повернулся

в момент фотографирования. Этот “парадокс” связан с конечностью скорости света. Кстати, релятивистски движущийся шар будет “виден” в виде шара, а не эллипсоида вращения, как это считалось долгое время. Все количественные расчеты читатель сможет найти в книге, указанной под номером три в списке методической литературы.

Приложение 4. Существует ли “релятивистская масса”?

В учебной и научно-популярной литературе очень часто встречается понятие “релятивистская масса”, под которой понимают выражение $\frac{m}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$, ей придают физический смысл, толкуя как указание на то, что масса вещественного тела (или частицы) изменяется в зависимости от скорости его (ее) движения. На самом деле эта величина не является физической величиной, и ее не следует вообще упоминать при изучении и использовании СТО. Как было показано в пособии, масса в СТО является инвариантной величиной и поэтому не может ни от чего зависеть.

Покажем сначала элементарными рассуждениями внутреннюю противоречивость понятия “релятивистская масса”. Рассмотрим два мысленных опыта с одним и тем же телом, имеющим массу m. Пусть это тело движется со скоростью u относительно ИСО *“L”*. В этой ИСО, согласно определению релятивистской массы, тело обладает массой

$$m_{рел} = \frac{m}{\sqrt{1-u^2/c^2}}. \qquad (П.4.1)$$

При этом никакого физического объяснения изменению массы тела не дается. Утверждается, что возрастание массы (т.е. инертных и гравитационных свойств) тела есть следствие того, что масса в СТО перестает быть абсолютной величиной и, подобно длине или длительности, принимает разные числовые значения в зависимости от скорости движения тела.

Относительность массы рассматривается в этом опыте как чисто кинематический эффект, определяющийся выбором ИСО.

Однако, рассмотрим теперь другую ситуацию. Пусть то же тело в той же ИСО *“L”* разгоняется из состояния покоя до скорости *u*. Для этого, очевидно, необходимо совершить работу, затратить энергию. Возрастание массы тела в данном случае есть чисто динамический эффект.

Резонно поставить вопрос: так что же на самом деле происходит с телом при возрастании его массы по формуле (П.4.1)?

Чтобы ответить на поставленный вопрос, выясним, как было введено в СТО понятие “релятивистская масса”. Понимание результатов СТО невозможно без учета того нового, что дало установление в СТО неразрывной связи пространства и времени, без учета 4^{-x}-мерности мира. Вспомним, как определяются компоненты 4-вектора скорости в СТО (см. §9):

$$V_i = \frac{dx_i}{d\tau}, \qquad (П.4.2)$$

где $i=l, 2, 3, 4$, а $d\tau$ —интервал собственного времени.

Воспользуемся связью интервалов собственного и лабораторного времени (см. формулу (6.9)):

$$dt = \frac{d\tau}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \qquad (П.4.3)$$

где u— модуль скорости относительного движения двух ИСО, лабораторной *“L”* и ИСО *“L′”*, связанной с движущимся телом. Подстановка формулы (П. 6.3) в (П. 6. 2) позволяет получить для компонент 4-вектора скорости следующее выражение:

$$V_i = \frac{u_i}{\sqrt{1-u^2/c^2}}. \qquad (П.6.4)$$

Обратим внимание на то, что в формуле (П.4.4) появился множитель $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$ — релятивистский коэффициент,

наличие которого указывает на релятивистское содержание данного выражения.

Умножая все компоненты 4^{-x}-вектора скорости на один и тот же множитель — инвариантную массу тела m, получим компоненты релятивистского 4^{-x}-мерного вектора импульса:

$$P_i = mV_i = \frac{mu_i}{\sqrt{1-u^2/c^2}}. \qquad (П.4.5)$$

Именно с помощью этого выражения (П.4.5) когда-то и была введена “релятивистская масса”. Сделано это было лишь из желания придать выражению (П.4.5) классический вид $P_i = m_{рел}V_i$.. Так появилась понятие $m_{рел}$, содержание которой необъяснимо с физической точки зрения. Из предыдущего ясно, что коэффициент γ НИКАКОГО отношения не имеет к массе и присоединен к ней искусственно. Таким образом, мы установили, что НИКАКОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ВЕЛИЧИНЫ, называемой “релятивистской массой”, в СТО НЕ СУЩЕСТВУЕТ, масса не зависит от скорости движения тела или вещественной частицы. В СТО используется лишь одна масса тела (поэтому индекс “О” у массы писать не имеет смысла), она инвариантна и, к тому же, имеет тот же физический смысл, что и масса в классической физике. И в СТО масса выступает как мера инертных и гравитационных свойств вещественных тел (частиц). Вместе с тем, на основании формулы Эйнштейна (10.6) $E_0=mc^2$ в СТО устанавливается, что масса является мерой энергии, содержащейся в теле, когда тело находится в покое в данной ИСО. Это принципиально новый результат СТО, которого не знала классическая физика: покоящееся тело только из факта своего существования обладает энергией — энергией покоя *Eo*. Эксперимент (ядерная энергетика, физика элементарных частиц) подтверждает правильность формулы Эйнштейна (10.6).

Приложение 5. Как возник миф о “релятивистской массе”

Несмотря на то, что с момента выхода в свет первой работы А. Эйнштейна по специальной теории относительности (СТО) прошло 100 лет, продолжается и физическое, и философское, и методическое осмысление этой теории, которая является основой современного мировоззрения. Учителю физики приходится не только сообщать учащимся основы СТО, но и устранять ряд мифов, возникших вокруг этой теории. Наиболее распространенным и устойчивым мифом является миф о существовании так называемой “релятивистской массы”(РМ).

В данном сообщении на основе анализа исторических фактов показывается, что понятие РМ появилось в физике за несколько лет до создания СТО и не имеет к ней никакого отношения. Сам создатель СТО А. Эйнштейн не употреблял этого названия, и можно только сожалеть, что великий ученый, уделявший много внимания и физическим , и философским проблемам СТО, методике ее изложения, ни разу не коснулся “проблемы” РМ. Только однажды на соответствующий вопрос он посоветовал не пользоваться понятием РМ в силу ее неопределенности.

Идея о зависимости массы электрона от скорости его движения была выдвинута Кауфманом в 1896-98гг. Им были поставлены опыты по отклонению катодных лучей в магнитном поле. Естественно, в своих расчетах он пользовался классическими выражениями для импульса и кинетической энергии электрона (до создания СТО пройдет еще 7-9 лет). Расчеты Кауфмана приводили к формуле, из которой следовало, что удельный заряд электрона *e/m* зависит от его скорости. А так как еще Фарадеем был сформулирован закон сохранения электрического заряда, то Кауфман предположил, что от скорости зависит масса электрона. В то же время (1899г.) Г. Лоренц – знаменитый голландский физик, создатель электронной теории вещества, используя второй закон Ньютона, вводит для электрона “продольную” и “поперечную” массы. “Продольной” массой обладает электрон, у которого ускорение совпадает с направлением движения (скорости), а “поперечная” масса характеризует движение электрона, у которого ускорение перпендикулярно направлению движения (скорости). Обе массы частицы оказались зависящими от скорости ее движения , но по-разному:

$$m_{прод} = \frac{m}{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}, \qquad m_{попер} = \frac{m}{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Но результаты опытов Кауфмана не согласовались с этими формулами Лоренца.

В 1900 году А. Пуанкаре (французский математик и физик), используя ньютоновскую формулу для количества движения, ввел в употребление “инертную” массу, характеризующую инертные свойства электромагнитной волны. Пуанкаре исходил из того, что электромагнитная волна, несущая энергию E, обладает импульсом p, абсолютная величина которого, в соответствии с теоремой Умова – Пойнтинга, равна E/c. Подставляя это значение импульса в формулу для количества движения, Пуанкаре ввел массу для электромагнитного поля, равную E/c^2. Поскольку электромагнитная волна не может находится в покое, то найденная масса является динамической массой движущейся волны.

Так в физике появилось три вида масс: “продольная”, “поперечная” и “релятивистская”(электромагнитная). После ввода формулы для релятивистской массы А.Пуанкаре, в физической литературе релятивистскую массу стали называть просто массой. Но тогда должна была возникнуть еще одна масса – “масса покоя”. Именно эта масса совпадала с ньютоновской массой, для ее обозначения ввели дополнительный индекс у массы “0”: m_0 .

Итак, еще до создания СТО А. Эйнштейном в 1905 году в физике утвердились следующие массы: “продольная”, “поперечная”, “релятивистская” – все эти массы зависели от скорости движения частицы (тела) и еще одна масса- “масса покоя”.

В 1905 году А. Эйнштейн публикует работу “К электродинамике движущихся тел”, в которой он отказывается от эфира как носителя электромагнитных колебаний, и тем самым утверждает материальность самого электромагнитного поля. С

1905 года в науке стали рассматривать два вида материи: вещество и электромагнитное поле. Если раньше масса выступала как мера количества материи (вещество отождествлялось с материей), то с 1905 г. (ввиду введения еще одного вида материи) масса выступает как мера вещества, его инертных свойств. Но в том же году А.Эйнштейн , развивая содержание СТО, публикует короткую заметку, в которой приходит к выводу, что масса тела является мерой содержащейся в нем энергии: $E_0=mc^2$, где E_0 – энергия покоящегося тела (частицы). И если тело отдает энергию ΔE , то масса тела уменьшается на величину: $\Delta m = \Delta E / c^2$.(*Примечание.* Не следует эту величину отождествлять с так называемым дефектом массы, возникающим при образовании устойчивой системы взаимодействующих элементарных частиц, например - образование ядра из нейтронов и протонов. В 1905-1906 гг. строение ядра еще не было известно!). Таким образом в СТО утверждается новое содержание понятия "масса": она является мерой энергии тела в состоянии покоя.

В 1909 году Г. Минковский (немецкий математик) придает формулам СТО симметричный вид, используя единое четырехмерное многообразие "пространство – время". Новое математическое изложение СТО позволяет ярче увидеть то, что ввела эта теория в физику и философию.

Выше отмечалось, что теоретическое описание опытов Кауфмана было сделано на основе классических представлений, СТО еще не была создана. При составлении уравнений движения быстрых частиц непреднамеренно была установлена зависимость массы от скорости движения частиц (электронов). Самым неудачным в этом было то, что эту зависимость пытались объяснить физически. Лишь после создания СТО стало ясно, что для описания движения быстрых частиц необходимо использовать не классические формулы кинематики и динамики, а новую механику, механику СТО. Рассматривая четырехмерные величины механики СТО(скорость, импульс, силу), Г.Минковский показал: релятивистский корень $(1-u^2/c^2)^{1/2}$ появляется еще в кинематике СТО и никакого отношения к массе

не имеет. Так "элементарно" СТО освободилась от нефизической величины – релятивистской массы.

Однако сами физики не могли так "просто" освободится от очередного заблуждения. Продолжим исследование истории распространения этого заблуждения. В 1909 году в работах физиков Льюиса и Толмена используется понятие РМ при описании движения быстрых электронов, при рассмотрении процесса их столкновений. В 1921 году выходит книга В. Паули "Теория относительности", в которой отбрасываются такие понятия как "продольная" и "поперечная" массы, но за РМ сохраняется представление как о реальной физической величине. Здесь же В. Паули делает еще одну физико-философскую ошибку: закон пропорциональности массы и энергии В. Паули трактует как закон эквивалентности массы и энергии. В действительности масса и энергия – это две самостоятельные физические величины, между которыми в СТО устанавливается фундаментальная связь, связь между энергией покоя и массой вещественного тела. Но не всякой энергии сопоставляется масса. Например, у фотона нет массы, фотон – без массовая частица, а энергией он обладает. В СТО нет закона сохранения массы как в классической механике. Все это говорит о том, что масса, как физическая величина, не эквивалентна энергии, хотя в отдельных случаях может быть ей пропорциональна.

Вслед за монографией В. Паули вышел труд А. Эйнштейна "Сущность теории относительности". В этой работе А. Эйнштейн использует лишь одну массу, ту, которая пропорциональна энергии покоя E_0. Возможно, если бы А. Эйнштейн более последовательно и подробно прокомментировал свое уравнение $E_0=mc^2$ и показал бы разницу между этой формулой и формулой $E=mc^2$, то последняя формула исчезла бы из литературы уже в 20-х гг. XX века. Но, к сожалению, он этого не сделал, и РМ до сих пор "гуляет" по популярным книгам, справочным пособиям для поступающих в вузы, отдельным задачникам. Интересно отметить, знаменитый физик Р. Фейнман в своих лекциях посвящает выводу формулы для РМ несколько страниц, а затем неожиданно делает странное замечание: "но эта формула на практике не используется”. Так зачем же было “огород городить”?..

Еще в 1941 году вышел 4-й том курса теоретической физики “Теория поля” Л.Ландау и Е.Лифшица, в котором изложение СТО строилось на базе лишь одной массы. Однако авторы школьных учебников, включив согласно новой программе по физике отдельную главу по СТО, нарушили установившуюся традицию и методику и включили в изложение СТО РМ. Не отставали от них и авторы вузовских учебников по общей физике. Не будем перечислять имена уважаемых авторов, они известны всем. И только в 1977 году вышел вузовский учебник по СТО В.А. Угарова, в котором впервые в нашей учебной литературе не только не использовалось понятие РМ, но и был включен специальный параграф, в котором логически было показано отсутствие всякого физического содержания в РМ. Но школьные и вузовские программы по физике, обширная научно-популярная и всякая другая литература, касавшаяся СТО, продолжали с воодушевлением обсуждать зависимость массы движущегося тела от скорости его движения. Потребовалось вмешательство крупного советского физика-теоретика Л.Б. Окуня, опубликовавшего большую статью в журнале международного класса “Успехи физических наук” под названием “Понятие масса”(1989г.). Затем журнал “Физика в школе” поместил статью автора данного пособия под названием “Существует ли релятивистская масса?”(1994г.). Ранее вышло его учебное пособие (Г.А.Розман Специальная теория относительности (1992, 1995гг). Эти и другие публикации о РМ заставили составителей школьных и вузовских программ и учебных пособий наконец-то исключить понятие РМ. Появились новые школьные учебники (“Физика-11” под ред. А.А.Пинского, “Физика-11” под ред. Н.М Шахмаева. “Физика-10” С.В Громова.), излагающих основы СТО на современном научном и методическом уровне.

Будем надеяться, что новое поколение учителей не будет употреблять понятие РМ и физика забудет еще один миф, связанный с толкованием СТО

Приложение 6. Организация и методика проведения занятий по факультативу “Основы специальной теории относительности”

Специальная теория относительности(СТО), являясь современным учением о свойствах пространства, времени и движения, лежит в основе формирования современного научного мировоззрения. Необходимость ее изучения определена государственным стандартом. Однако, является парадоксом, что на изучение этого важного, и не побоимся сказать, трудного раздела школьного курса физики максимально отводится 5 уроков. Что может сделать учитель за этот отрезок времени? - Фактически, ничего. Не поэтому ли многие учителя вынуждены заменять изучение СТО лишь знакомством с ней ?

Вот уже более 3-х десятков лет автор читает по школам обзорные лекции по СТО, многие годы проводил общегородской факультатив, а теперь привлекает к этой важной работе студентов-физиков. Уже несколько тысяч школьников г. Пскова и области изучали основы СТО на факультативных занятиях, проводимых студентами-дипломниками.

Ниже приводится программа факультатива по СТО и тезисы отдельных занятий. Курс рассчитан на десять парных учебных занятий. Методика проведения занятий отличается от методики проведения обычных уроков, в основном, большим по объему теоретическим материалом, необходимостью записи учащимися под диктовку сообщаемого материала(в этом отношении нам удалось широко использовать упоминаемое ниже учебное пособие и избавиться от диктовки). Но мы постоянно использовали фронтальный опрос по материалу предыдущих занятий, рассказ нового материала велся методом беседы (часто с использованием учебного пособия автора этих строк “Специальная теория относительности”. Длительность занятия позволяла проводить детальное закрепление нового материала, обязательно давалось задание на дом (по учебному пособию) и, если оставалось время, сообщался дополнительный материал из биографии создателя СТО – А. Эйнштейна. Часто по завершении курса проводилась конференция, выпускался “Бюллетень о СТО”, что позволяло познакомить с удивительной теорией и тех учащихся, которые не посещали факультатив.

Отмечая важность изучения “Основ СТО” учащимся, следует сказать и о значении этой творческой работы и для самого учителя физики, для его внутреннего и внешнего самоутверждения, для получения творческого удовлетворения при работе с самыми любознательными школьниками.

ПРОГРАММА ФАКУЛЬТАТИВА ПО СТО

1-е занятие. Ознакомление учащихся с программой курса. Восстановление в памяти учащихся знаний по основам классической механики, об основных классических представлениях о пространстве, времени и движении. Система отсчета, метризация пространства и синхронизация часов в классической физике.

2-е занятие. Принцип относительности Галилея. Формулы Галилея. Абсолютные и относительные величины в классической физике. Инвариантность законов механики.

3-е занятие. Решение задач (с выбором различных систем отсчета).

4-е занятие. Принцип относительности и классическая электродинамика Эфир. Опыты по обнаружению эфира (явление аберрации, опыт Физо, опыт Майкельсона).

5-е занятие. Постулаты А. Эйнштейна, их кажущаяся противоречивость. Относительность одновременности, времени, длины.

6-е занятие. Формулы Лоренца (без вывода), кинематические следствия из них.

7-е занятие. **Р**ешение задач по кинематике СТО.

8-е занятие. Интервал, его инвариантность, два вида интервала. Световой конус.

9-е занятие. Динамика СТО. Формулы А. Эйнштейна, их содержание. Решение задач по динамике СТО

10-е занятие. “ Парадоксы” СТО. Роль СТО в физике, философии, в экономике, социальной жизни общества и культуре.

По завершению занятий факультатива проводится зачет или по билетам, или по докладам, тематика которых была сообщена в начале всех занятий.

Краткое содержание учебных занятий.

1-е занятие. Краткое изложение программы факультатива. Пространство и время – атрибуты материи. Представления древних о пространстве и времени. Ньютон – основоположник классической физики. Система отсчета в классической механике и в современной физике.

2-е занятие. Знакомство с работами Галилея. Формулировки классического принципа относительности. Формулы преобразования координат и времени Галилея. Абсолютность времени, временных промежутков, относительность координаты, абсолютность длины. Вывод формулы сложения скоростей. Абсолютность ускорения, массы, силы в классической физике. Инвариантность формулы 2-го закона механики.

3-е занятие. Решение задач по кинематике и динамике классической механики(главная цель – зафиксировать в сознании учащихся, что без выбора системы отсчета невозможно решать физические задачи). Задачи подбирались из пособия автора. Так как большинство их снабжено подробными решениями, то учащимся предлагалось предварительно познакомиться с этими решениями, а на занятии “озвучить” их и провести методически оправданную запись.

4-е занятие. Занятие посвящено тщательному анализу опытов, с помощью которых пытались обнаружить гипотетический эфир. Подчеркивается, что эфир нужен был классической физике не только как светоносная среда, но и для поиска абсолютной системы отсчета, необходимой для утверждения ньютоновских представлений о пространстве, времени и движении. Анализ опытов Брадлея, Физо и Майкельсона выявляют противоречивость поведения эфира в наблюдаемых явлениях, что приводит к кризису в классической физике.

5-е занятие. Это занятие является центральным. Анализ Эйнштейном кризиса гипотезы об эфире приводит его к отвержению эфира как носителя электромагнитных волн и признанию материальности самого электромагнитного поля. Для построения нового учения о свойствах пространства, времени и движения Эйнштейн выдвигает два постулата. Показывается, что они не противоречат друг другу, а противоречат классическим представлениям. Устанавливается (качественно) относительность временных промежутков и длины(это достигается анализом мысленного эксперимента с "Вагоном Эйнштейна" и введения способа определения длины движущегося тела).

6-е занятие. После повторения материала предыдущего занятия, даем без вывода формулы преобразования координат и времени в СТО – формулы Лоренца(в отдельные годы, в зависимости от уровня подготовленности учащихся, проводился вывод формул Лоренца, так как это закрепляет содержание постулатов СТО, но требует, однако, времени почти целого занятия). На основании формул Лоренца выводились формулы относительности временных промежутков и длины. Вводились понятия "собственной длительности" и "собственной длины". Делался вывод релятивистской теоремы сложения скоростей. Утверждался важный принцип современной физики – принцип соответствия на конкретных примерах формул СТО.

7-е занятие. Решение задач по кинематике СТО(задачи подбирались из учебного пособия автора).

8-е занятие. Постулируется "интервал", как новая абсолютная величина в СТО, символизирующая неразрывность пространственных и временных представлений в СТО, утверждающая новое пространственно-временное многообразие "пространство-время". Вводятся два интервала: временно-подобный и пространственно-подобный. Анализируется критерий причинно-следственных связей в СТО. Строится "световой конус".

9-е занятие. Оно посвящено динамике СТО. Анализируются две формулы Эйнштейна для энергии. Утверждается безмассовость фотона. Вводятся понятия дефекта массы и энергии связи. Завершается занятие решением нескольких небольших задач по динамике СТО.

10-е занятие. Фактически оно является итоговым, так как на нем рассматриваются "парадоксы", устранить которые нельзя без понимания основ СТО. Сообщения о "парадоксах" делают сами учащиеся, они же, привлекая аудиторию, пытаются устранить кажущиеся противоречия.

Завершает занятие преподаватель, рассказывая о значении СТО как в истории развития физики, так и в истории развития человеческого общества. "В двух словах" рассказывается об общей теории относительности.

Литнратура

1. В. А. Угаров. Принцип относительности и специальная теория относительности. — Сб. "Школьникам о современной физике" (классическая физика). — 1974 г., М, "Просвещение".
2. Г. И. Копылов. Всего лишь кинематика. — Б-ка "Квант", вып. И, М., 1981 г.
3. Ю. Б. Р у м е р, М. С. Р ы в к и н. Теория относительности. — 1960 г., М., Просвещение.
4. Р. Ф е и н м а н, Р. Лейтон, М. С э н д с. Фейнмановские лекции по физике. Т. 2.— 1965 г., М., "Наука".
5. А. Эйнштейн, Л. И н ф е л ь д. Эволюция физики. — 1956г., М., ГИТТЛ.
6. Я. П. Т е р л е ц к и и. Парадоксы теории относительности. — 1966 г., М., "Наука".
7. Ю. И. Соколовский. Элементарный задачник по теории относительности.— 1971 г., М., "Наука".
8. А. Н. М а л и н и н. Теория относительности в задачах и упражнениях.— М., "Просвещение", 1983 г.
9. И. И. Воробьев. Теория относительности в задачах. — 1989 г., М., "Наука".
10. С. Э. Хайкин. Силы инерции и невесомость.— 1967 г., М.. "Наука".
11. А. Б. М и г д а л. Квантовая физика для больших и маленьких.— Б-ка "Квант", вып. 75, 1989 г., М., "Наука".
Методическая литература
1. И. Г. Пустильник, В. А. Угаров. Специальная теория относительности в средней школе.— 1975 г., М., "Просвещение".

2. Л. Б. Окунь. Понятие массы (масса, энергия, относительность). 1989 г., Журнал “Успехи физических наук”.— 1989 г., т. 158, вып. 3, с. 511—529.
3. В. А. Угаров. Специальная теория относительности.— 1977г., М., “Наука”.
4. А. М. Мостепаненко. Пространство н время в макро-, мега-и микромире.— 1974 г., М., ИПЛ.
5. Э. М. Ч у д и н о в. Теория относительности и философия. — 1974 г., М., ИПЛ.
6. Г. А. Розман Преподавание физики (сб. методических статей) 2005г., Псков, изд. ПГПИ.

Приложение 7.
К 100-летию создания специальной теории относительности.
2005 год - год Альберта Эйнштейна (из резолюции ООН)

Все существенное, чего я добился за свою жизнь, группируется вокруг вопроса: к каким методическим следствиям в физике ведут универсальный закон распространения света и равенство инертной и тяжелой масс?

А. Эйнштейн

Альберт Эйнштейн родился 14 марта 1879 г. в городе Ульме в Германии. Среднее образование ему далось нелегко. Зубрежка не давалась ему, не любил он и муштру, господствовавшей в школьной жизни Германии. Позже он вспоминал, что “учителя в начальной школе представлялись мне сержантами, а в средней – лейтенантами”. Выделяло Эйнштейна среди учеников увлечение математикой и физикой. Уже в 12 – 14 лет он ознакомился с дифференциальным и интегральным исчислением. Самостоятельное овладение наукой, чтение книг и размышление над прочитанным развило у Эйнштейна способность удивляться, увидеть нечто, что другие не замечают или не придают значение наблюдению. Еще в возрасте 5 лет его поразило поведение стрелки компаса, которая “упорно” принимала одно и то же направление

на север. А в 12 лет он ставит себе вопрос: “Можно ли бежать за светом со скоростью света, что будет?” - ответ он даст, создав специальную теорию относительности. В эти же годы у Эйнштейна зародилась любовь к музыке, занятия которой остались для него главным отдыхом от напряженной умственной работы в течение всей жизни.

17-летним юношей Эйнштейн поступает в Цюрихскую высшую техническую школу. Много времени он уделял физической лаборатории и чтению трудов Кирхгофа, Гельмгольца, Герца и др.

Высшую техническую школу Эйнштейн оканчивает со средней оценкой 4,91. После окончания он два года работает от случая к случаю школьным учителем. А затем получает место эксперта в Бернском бюро патентов.

В эти годы начинается научное творчество Эйнштейна. Первое исследование, в котором рассмотрены явления капиллярности, выходят из печати в 1901г.

В 1905 году появляются три статьи, каждой из них было достаточно, чтобы имя автора вошло в историю физики. Это были работы по квантовой теории, о броуновском движении и теории относительности.

В 1900г Макс Планк ввел понятие о квантах света. Планк считал, что атомы излучают и поглощают свет не непрерывно, а порциями, квантами. Эйнштейн пошел дальше: кванты не только появляются при излучении, но и распространяются в виде локализованных образований, впоследствии получивших имя “фотоны”. Исходя из своего взгляда на природу света, Эйнштейн объясняет все законы фотоэффекта. Позднее, в 1921 году, он получил Нобелевскую премию за эту работу.

В 1917 г. Эйнштейн установил связь между вероятностью излучения и поглощения света. Впоследствии эта работа стала теоретическим основанием создания квантовых генераторов.

Будучи у истоков создания квантовой физики, А. Эйнштейн не принял квантовую механику, считая ее неполной. Многие годы, вплоть до своей кончины, он вел дискуссию с Нильсом Бором. И, как это нередко бывает, способствовал более глубокому пониманию и утверждению квантовой механики.

В работе о броуновском движении (1905г) Эйнштейн дает объяснение этому явлению, которое было обнаружено английским ботаником Броуном еще в 1827г. Полученная автором формула (одновременно этой проблемой занимался немецкий ученый Г.Смолуховский) – формула Эйнштейна – Смолуховского позволяла экспериментально определять размеры молекул и их концентрацию. Считается, что эта работа Эйнштейна (и Смолуховского) утвердила молекулярно-кинетическую теорию окончательно. Экспериментально полученная формула была проверена в 1909 г французским физиком Перреном.

30 июня 1905 г. Эйнштейн завершил третью работу “К электродинамике движущихся тел” и отправил ее в журнал Annalen der Physik. Эта дата считается моментом создания той теории, которая получила название “Специальная теория относительности” (СТО) и которая утвердила новые представления о свойствах пространства, времени и движении. Придя на смену ньютоновским представлениям об основах мира, СТО вместе с электродинамикой Фарадея –Максвелла завершила построение новой, электродинамической картины мира.

В основу своих рассуждений А. Эйнштейн положил два постулата, которые следуют из опытных фактов.

Первый постулат: нельзя обнаружить абсолютное движение или покой инерциальной системы отсчета, наблюдая внутри нее любое физическое явление. Другими словами, все физические процессы во всех ИСО при одинаковых условиях протекают одинаково, законы природы во всех ИСО действуют одинаково. Одновременно А. Эйнштейн вводит в науку представление о материальности электромагнитного поля, в том числе и света. До этого электромагнитное поле рассматривалось как особое состояние специфической среды, заполняющей все мировое пространство и с которой можно было бы связать абсолютную систему отсчета (СО) - электромагнитного эфира. Но ни в одном опыте эфир не удавалось обнаружить. Признавая материальность электромагнитного поля, Эйнштейн отказывается от использования эфира как носителя электромагнитных волн.

Второй постулат утверждает, что скорость электромагнитных волн в вакууме не зависит от скорости движения источника волн или приемника их. Эта скорость оказывается предельной для передачи информации.

Исходя из этих постулатов, Эйнштейн показал, что, в отличие от классической физики, которая основана на принципе дальнодействия (бесконечно быстрой передачи взаимодействия-информации), новая физика исходит из принципа близкодействия-передачи взаимодействия от точки к точке с конечной скоростью, максимальной в вакууме.

Из постулатов Эйнштейна следовало, что ряд физических величин, которые в механике Ньютона считались абсолютными (во всех ИСО эти величины имели соответственно одно и то же численное значение), на самом деле являются относительными, т.е. численное значение, например, длины, длительности, силы и т.д., зависит от условий измерения этих величин.

Опираясь на постулаты, Эйнштейн выводит новые формулы преобразования координат и времени при переходе от одной ИСО к другой, движущейся относительно первой с некоторой скоростью.

Из этих формул, называемых формулами Лоренца, следует не только относительность координат, но и времени, это принципиально новый результат, полученный в СТО. Однако, неверно расхожее утверждение, что «СТО все сделала относительным». Не может существовать физическая теория, в которой нет абсолютных, инвариантных величин. Именно такие величины определяют нечто, что не изменится даже после уточнения теории. На инвариантах базируется основное содержание и СТО. Такой инвариантной (абсолютной, одинаковой) во всех ИСО величиной является и скорость электромагнитных волн (света) в вакууме, длина покоящегося тела, длительность процесса, неподвижного в данной системе отсчета.

Наряду с указанными выше инвариантами СТО, в неё вводятся и новые инвариантные величины. Одной из таких величин является ***интервал,*** который связывает пространственные и временные характеристики двух разноместных и разновременных событий (обратим внимание, что сами эти характеристики - относительные величины!).

Совокупность четырех величин x, y, z, t определяет положение события в едином пространстве-времени - мировую точку. Мы говорим о едином пространстве-времени, так как изменилось содержание времени. Из формул Лоренца видна тесная связь пространства и времени. В СТО говорят о четырех-мерности мира, имея в виду, что для описания события необходимо задание всех четырех величин x, y, z, t. Благодаря изменению хотя бы одной из этих величин, происходит изменение положения мировой точки в четырехмерном пространстве-времени. Последовательное перемещение мировой точки события составляет мировую траекторию.

Знание четырехмерного интервала между двумя событиями позволяет определить, имеется ли между этими событиями причинно-следственная связь или между этими событиями не может быть такой связи. В классической механике, в которой предполагалось существование бесконечной скорости передачи взаимодействия, между всеми событиями должна была быть причинно-следственная связь. Только СТО навела в этом вопросе однозначность.

Чрезвычайно важным выводом, полученным А.Эйнштейном в СТО, является установление взаимосвязи между двумя фундаментальными характеристиками вещественного тела, между его массой и энергией в покое. Именно из этой взаимосвязи следовало предсказание о наличии гигантских запасов энергии внутри ядер атомов, что стало теоретической базой ядерной энергетики.

СТО является фундаментом современной физики и лежит в основе всех новейших физических теорий, ее выводы подтверждены экспериментально.

Научный успех изменил жизнь Эйнштейна. В 1908 г. он стал читать лекции в Бернском университете. В 1909г. он становиться профессором теоретической физики в Цюрихском университете, а в 1911 г. – профессором в Немецком университете в Праге. С 1914 г. Эйнштейн работает в Берлине. В 1913 г. его избирают в Прусскую Академию наук.

В эти годы Альберт Эйнштейн начинает интенсивно работать над созданием общей теории относительности (ОТО). Потребность в СТО чувствовалась в физике в начале XX в в связи с проблемой эфира. Иначе обстояло дело с общей теорией относительности. Можно сказать, что только Эйнштейн видел ограниченность СТО в первую очередь потому, что она не учитывала существование гравитационного поля и “работала” только с инерциальными системами отсчета. Новая гигантская работа была завершена в 1916 г. А в 1919 г. она получила первое экспериментальное подтверждение: английская экспедиция во главе с знаменитым астрофизиком Эддингтоном, наблюдая полное солнечное затмение, обнаружила искривление траектории светового луча при прохождении вблизи Солнца. Главное содержание общей теории относительности состоит в том, что и показал Эйнштейн, что геометрия окружающего мира имеет неклассический характер, эта геометрия отличается от геометрии Евклида, которую мы изучаем в школе. Во второй половине XX в. ОТО пережила свое “второе” рождение: она стало основой бурно развивающихся космогонии и космологии, а так же обнаружилась связь с физикой элементарных частиц.

В 1926 г. А. Эйнштейна избирают почетным членом Академии наук СССР.

Плодотворная работа Эйнштейна в Берлине была прервана в 1933г в связи с приходом к власти фашистов, которые зачислили Эйнштейна во врага гитлеровского режима. Его имущество разграблено, научные труды вместе с книгами Гете и Толстого, Шиллера и Гейне сожгли в огромном костре на одной из берлинских площадей, а за голову Эйнштейна была обещано 50 тысяч марок. Он эмигрирует в США, в Принстон.

Вся жизнь А. Эйнштейна прошла под этическим кредо: “Доброта, красота и правда – вот идеалы, которые освещали мой жизненный путь” (из автобиографии Эйнштейна). “Все, что было связано с личным культом, мне всегда было крайне неприятно”.

В послевоенные годы Эйнштейн активно участвовал в международном движении по запрету ядерных исследований в военных целях.

В 1954 г. научный мир отмечал 75-летие Альберта Эйнштейна - великого физика XX века. В 1955г. предполагалось отметить 50-летие создания СТО. Но 18 марта 1955г. Эйнштейн скоропостижно скончался. Его прах был развеян над землей, но память о нем будет жить вечно, пока будет существовать человечество.

2005 г. по решению ЮНЕСКО (гуманитраной организации при ООН) объявлен годом Алберта Эйнштейна, годом Специальной теории относительности, годом интенсивного распространения научных знаний.

Приложение 8. Кто автор той теории, которую мы называем "Специальная теория относительности"?

Уже много лет от случая к случаю появляются публикации, в которых отвергается авторство А. Эйнштейна в создании СТО. Создателями называются Г. Лоренц и А. Пуанкаре.

То, что в науке почти одновременно у разных ученых рождаются сходные идеи – это естественно. Можно даже сказать, что у каждого открытия всегда были предшественники, способствовавшие рождению окончательной идеи.

Но, по меньшей мере не корректно, когда авторство приписывается тем, кто совершенно иначе толковал те положения, которые являются основой теории, созданной А.Эйнштейном. Это вызывает недоумение: знают ли подобные "исследователи" истории физики саму теорию относительности или они руководствуются другими мотивами?

Чтобы указать истинного автора той теории, которую мы называем Специальной теорией относительности, проведем сопоставление толкований основных положений этой теории Лоренцом и Пуанкаре, с одной стороны, и Эйнштейном, с другой.

Во первых. И Лоренц, и Пуанкаре рассматривали свою теорию исключительно только по отношению к электродинамике.

Теория же Эйнштейна – это общефизическая теория, современная теория свойств пространства, времени и движения, применимая к любым физическим процессам.

Во вторых. В формулах, носящих имя Лоренца (но выведенных не им) штрихованные координаты и время рассматривались Лоренцом и Пуанкаре лишь как вспомогательные, математические величины, не имеющие физического содержания.

У Эйнштейна штрихованные координаты и время – это физические характеристики события с т.з. наблюдателя, находящегося в подвижной (штрихованной) системе отсчета.

В третьих. И Лоренц, и Пуанкаре были сторонниками эфира. В их теории существовала абсолютная система отсчета, связанная с эфиром.

Эйнштейн отказался от эфира в силу его противоречивых свойств, и тем самым признал все инерциальные системы отсчета равноправными

В четвертых. И Лоренц, и Пуанкаре пытались "спасти" эфир, выдвигая для него различные механические модели.

Эйнштейн, отказываясь от эфира как носителя электромагнитных колебаний, признал за электромагнитным полем самостоятельной физической реальности. Именно после создания СТО Эйнштейном в физике и философии стали рассматривать два вида материи: вещество и электромагнитное поле.

В пятых. Пытаясь объяснить отрицательный результат в опыте Майкельсона, Лоренц ввел эффект динамического сокращения продольных размеров электрона, что сопровождалось сокращением продольных размеров и движущихся вещественных тел.

У Эйнштейна нет никакого сокращения, это слово чуждо теории Эйнштейна. В СТО речь идет об относительности длины и временных промежутков. Собственная длина тела и длина тела в движении – это проявление роли условий наблюдения, каждая из этих длин – реальная величина, но для разных наблюдателей. То же можно сказать и о собственной и лабораторной длительности физического процесса.

Очень важно для решения нашего вопроса мнение самого Лоренца. В книге “Теория электрона” в издании 1916 г. он писал: “Основная причина моей неудачи в том, что я был связан идеей, что только переменная t может рассматриваться как истинное время, а мое “локальное” время t' должно рассматриваться не более, как произвольная математическая величина”.

Или вот еще одно, более определенное высказывание Лоренца о приоритете в создании СТО. В 1927 г. (за год до смерти) Лоренц писал: “Итак, теория относительности является фактически работой исключительно Эйнштейна”.

На вопрос: кто же создал теорию, которая называется “Специальная теория относительности”, мы можем дать однозначный ответ – автором СТО является Альберт Эйнштейн.

Часть 2.
Введение в общую теорию относительности

Слово к читателю

Общая теория относительности (ОТО) - это современное физическое учение о природе и свойствах пространства, времени и тяготения. Её создателем является великий физик XX в. Альберт Эйнштейн.

Знакомство с ОТО необходимо не только для общего культурного развития, но и для формирования у читателя современной физической картины мира. ОТО имеет убедительное экспериментальное подтверждение. Выводы этой теории предсказывают поразительные астрофизические явления, связанные с возникновением и развитием Вселенной.

В последние десятилетия возрос интерес к ОТО, так как идеи, заложенные в ней А. Эйнштейном, оказались продуктивными не только в масштабах Вселенной, но и в микромире. ОТО переживает период активного развития, и много задач в ней не нашло еще своего решения. Это особенно важно знать тем, кто ищет область физики, которой они могли бы посвятить свою творческую жизнь.

Главное отличие данной книги от других, в которых рассказывается об ОТО, заключается в том, что она является учебным пособием. Однако, это не означает, что чтение не потребует сосредоточенности и размышлений, а в отдельных случаях - вычислений, хотя все выкладки в книге выполнены подробно.

Поскольку ОТО опирается на положения специальной теории относительности (СТО), то автор счел необходимым очень кратко изложить суть СТО (§2). И это несмотря на то, что Часть 1 книги посвящена этой теории. Думаю, что читатель одобрит это нужное повторение.

Как и Часть 1, данный раздел книги, посвященный “Введению в ОТО”, рассчитан на учащихся старших классов, студентов и учителей.

§1. Что такое "Общая теория относительности?"

В 1916 г. знаменитый уже к тому времени Альберт Эйнштейн (через 5 лет он получит Нобелевскую премию по физике - высшую международную награду за объяснение законов фотоэффекта и броуновского движения, сделанное им еще в 1905 г.) опубликовал последнюю из 15 работ, посвященных обобщению принципа относительности (равноправия систем отсчета при изучении физических явлений) на любые, в том числе и ускоренно движущиеся системы отсчета, которые получили название неинерциальных систем отсчета (НСО). Рассмотрение любых систем отсчета (СО) и дало А. Эйнштейну возможность назвать свою теорию ОБЩЕЙ теорией относительности (ОТО), чтобы отличить ее от ранее созданной теории - специальной теории относительности (СТО), в которой использовались лишь инерциальные системы отсчета (ИСО) (см. Часть 1 данной книги, которая посвящена детальному изложению СТО), а также следующий параграф этой части книги).

Однако, глубокий анализ содержания ОТО, проведенный, в частности, советскими физиками академиками В. Фоком, Л. Ландау, Я. Зельдовичем и др., показал, что ОТО все же не может претендовать на это название, так как она справедлива лишь в определенных границах и по сути дела является современным физическим учением о природе тяготения.

Со времен И. Ньютона, установившего закон взаимодействия тяготеющих масс, никто не мог объяснить природу тяготения. Понимая неразрешимость для него этой задачи, Ньютон выразил это такой фразой: "Гипотез я не выдвигаю". Общая теория относительности - одно из возможных решений этой проблемы. В настоящее время это единственное, отличное от ньютоновского, учение, не только описывающее, но и объясняющее свойства тяготения. И самое удивительное то, что в ОТО нет СИЛ тяготения, а под гравитационным полем понимается особое состояние пространства и времени. Пояснению этих утверждений и будет посвящена данная книга.

В теории А. Эйнштейна были сделаны важные предсказания, одно из которых было обнаружено экспериментально уже через

три года в 1919 г.: английский астроном А. Эддингтон, наблюдая полное солнечное затмение, обнаружил отклонение световых лучей от прямолинейности при прохождении вблизи больших тяготеющих масс (в данном случае, вблизи Солнца). А. Эддингтон наблюдал звезды, которые находились за краем солнечного диска и при прямолинейном распространении света не могли быть видимы.

ОТО предсказала ряд астрофизических явлений и тем самым оказалась тесно связанной с космологией (наукой о законах строения и развития Вселенной).

Был период "охлаждения" к ОТО, но, начиная с 60-х гг. нашего века, сотни (а может быть, и тысячи) физиков во всем мире снова обратили свой взор на ОТО А. Эйнштейна. Идеи, заложенные в этой теории ее автором, оказались благотворными не только в масштабах космоса, но и в микромире. Можно сказать, что ОТО переживает новый период активного развития. И это важно знать тем, кто хочет связать свою творческую жизнь с физикой.

В обращении "Слово к читателю" было сказано, что в ОТО А. Эйнштейн "отталкивался" и "опирался" на выводы СТО. Не претендуя на полноту изложения (более подробно и последовательно см. Часть1 данной книги), сформулируем основные положения специальной теории относительности.

§2. Что такое СТО?

Родоначальником классической физики заслуженно считаются Г. Галилей (1564-1642) и И. Ньютон (1643-1727). Именно Галилей установил то, что мы называем принципом относительности классической физики. Он же сформулировал закон инерции, который впоследствии Ньютон включил в постулаты своей механики и назвал его первым законом.

Принцип относительности Галилея утверждает равноправие всех ИСО при изучении механических явлений, физическую неразличимость состояния равномерного прямолинейного движения и покоя. Тем самым отрицается возможность с помощью наблюдения механических процессов обнаружить абсолютный покой или абсолютное движение. Но зачем так важно обнаружить эти абсолютные состояния? Дело в том, что согласно утверждениям Ньютона, на которых основывается классическая механика, пространство считается вместилищем, "ящиком" для всего существующего. И относительно "стенок" ящика, его границ движение и покой имеют абсолютный характер. Система отсчета, связанная с "ящиком", является абсолютной, отличающейся от всех остальных ИСО, которые движутся относительно нее.

Время по Ньютону также существует само по себе, оно не связано ни с пространством, ни с материальными телами, находящимися в этом пространстве. Его ход абсолютен, равномерен во всех ИСО. Но человеческому повседневному опыту доступно наблюдать только относительное движение и покой (перемещение по отношению к другим телам), измерение лишь относительных промежутков времени, непосредственной длительности каких-либо явлений или процессов.

Однако, чтобы представления Ньютона о пространстве и времени рассматривались как научные (а не умозрительные), необходимо было найти экспериментальное подтверждение существования абсолютных движений и времени. Так как механические процессы не могли быть использованы (об этом говорит принцип относительности Галилея), то физики обратились к наблюдению других явлений - электрических, магнитных, световых и т.д. Не останавливаясь на истории этого вопроса (см. Часть 1 данной книги), на многочисленные поиски абсолютных эффектов, укажем только, что к концу XIX в. физика в этом вопросе оказалась в тупиковом положении: абсолютное движение и покой, абсолютный ход времени не обнаруживались. Под сомнение становилось учение Ньютона о свойствах пространства, времени и движения. Но ведь эти представления составляли фундамент классической физики! Следовательно, вся физика переживала кризис.

Радикальное решение проблемы сделал А. Эйнштейн в 1905 г.: на основе анализа накопившихся фактов он пришел к выводу, что

никакими опытами нельзя обнаружить абсолютное движение и покой, абсолютный ход времени, так как они вообще ***не существуют.***

В основу своих рассуждений, на базе которых возникла новая физическая теория - специальная теория относительности, А.Эйнштейн положил два постулата, которые следуют из опытных фактов.

Первый постулат: *нельзя обнаружить абсолютное движение или покой инерциальной системы отсчета, наблюдая внутри нее любое физическое явление*. Другими словами, *все физические процессы во всех ИСО при одинаковых условиях протекают одинаково, законы природы во всех ИСО действуют одинаково*. Одновременно А. Эйнштейн вводит в науку представление о материальности электромагнитного поля, в том числе и света. До этого электромагнитное поле рассматривалось как особое состояние специфической среды, заполняющей все мировое пространство и с которой можно было бы связать абсолютную СО - электромагнитного эфира. Но ни в одном опыте эфир не удавалось обнаружить. Признавая материальность электромагнитного поля, Эйнштейн отказывается от использования эфира как носителя электромагнитных волн.

Второй постулат утверждает, что *скорость электромагнитных волн в вакууме не зависит от скорости движения источника волн или их приемника. Эта скорость оказывается предельной для передачи информации*.

Исходя из этих постулатов, Эйнштейн показал, что в отличие от классической физики, которая основана на принципе дальнодействия (бесконечно быстрой передачи взаимодействия-информации), новая физика исходит из принципа близкодействия-передачи взаимодействия от точки к точке с конечной скоростью, максимальной в вакууме.

Из постулатов Эйнштейна следовало, что ряд физических величин, которые в механике Ньютона считались абсолютными (во всех ИСО эти величины имели соответственно одно и то же численное значение), на самом деле являются относительными, т.е. численное значение, например, длины, длительности, силы и т.д., зависит от условий измерения этих величин.

Опираясь на постулаты, Эйнштейн выводит новые формулы преобразования координат и времени при переходе от одной ИСО, движущейся относительно первой со скоростью v:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad y' = y \ ; \quad z' = z \ ; \quad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad (2.1)$$

Из этих формул, называемых формулами Лоренца, следует не только относительность координат, но и времени, это принципиально новый результат, полученный в СТО.

При выполнении условия $\frac{v}{c} \ll 1$ соотношения (2.1) переходят в известные классические формулы преобразования координат и времени - формулы Галилея:

$$x' = x - vt \ ; \quad y' = y \ ; \quad z' = z \ ; \quad t' = t. \qquad (2.2)$$

Четвертая формула Галилея утверждает, что время во всех ИСО течет одинаково, т.е. ход времени абсолютен, абсолютны временные промежутки. Иначе обстоит дело в СТО (см. 4-ю формулу Лоренца!).

Условие $\frac{v}{c} \ll 1$ определяет границы применимости классических представлений. В этом проявляется один из важнейших принципов современной физики -принцип соответствия: всякая более общая физическая теория включает в себя предшествующую как частный случай.

Из формул (2.1) можно получить выражения, показывающие относительность длины и промежутков времени:

$$l = l_0\sqrt{1 - v^2/c^2} \ ; \qquad \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad (2.3)$$

где величины, имеющие индекс “о”, измерены в той ИСО, в которой предмет и часы неподвижны; величины $\boldsymbol{l}$ и t измерены из той ИСО, относительно которой тело и часы движутся. Величины l_0 и Δt_0 являются абсолютными, инвариантными величинами в СТО. Неверно расхожее утверждение, что “СТО все сделала

относительным”. Не может существовать физическая теория, в которой нет абсолютных, инвариантных величин. Именно такие величины определяют нечто, что не изменится даже после уточнения теории. На инвариантах базируется основное содержание и СТО. Такой инвариантной (абсолютной, одинаковой) во всех ИСО величиной является и скорость электромагнитных волн (света) в вакууме.

Наряду с указанными выше инвариантами СТО, в ней вводятся и новые инвариантные величины. Одной из таких величин является ***интервал***, который связывает пространственные и временные характеристики двух разноместных и разновременных событий (обратим внимание на то, что сами эти характеристики - относительные величины!). Интервал вводится при помощи следующего выражения:

$$S^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2, \qquad (2.4)$$

где индексы 1,2 относятся к двум рассматриваемым событиям.

Для бесконечно близких событий формула (2.4) запишется так:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 . \qquad (2.5)$$

Совокупность четырех величин x, y, z, t определяет положение события в едином пространстве-времени - мировую точку. Мы говорим о едином пространстве-времени, так как изменилось содержание времени, это следует из формул (2.1), где видна тесная связь пространства и времени. В СТО говорят о четырех-мерности мира, имея в виду, что для описания события необходимо задание всех четырех величин x, y, z и t. Благодаря изменению хотя бы одной из этих величин, происходит изменение положения мировой точки в четырехмерном пространстве-времени. Последовательное перемещение мировой точки события составляет мировую траекторию. В СТО говорят о четырехмерной геометрии Минковского, по имени ученого, который ввел такие обозначения для координат и времени:

$$x_1 = x \ ; \ x_2 = y \ ; \ x_3 = z \ ; \ x_4 = ct \ (\text{или } x_4 = t).$$

В отличие от трехмерной геометрии - геометрии Евклида, которую называют “плоской” (в этой геометрии справедлива трехмерная теорема Пифагора $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$, с коэффициентами, равными 1 у каждого квадратного члена), геометрию СТО (геометрию Минковского) также называют “плоской”, так как формула (2.5) внешне напоминает теорему Пифагора в четырехмерном пространстве-времени, но из-за наличия у четвертого члена в формуле (2.5) другого знака, чем у первых трех, эту геометрию называют “псевдоевклидовой”.

И в евклидовой и в псевдоевклидовой геометриях справедливы постулаты Евклида, в том числе и утверждение, что кратчайшим расстоянием между двумя точками является прямая. Так как определение прямой связывается с траекторией светового луча, то в этом обнаруживается связь геометрии и физики. В определении инвариантного интервала между двумя близкими точками

$$dR^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

и между двумя близкими мировыми точками

$$dS^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2$$

содержится вся суть “плоской” геометрии (и евклидовой и псевдоевклидовой). Впервые на это свойство интервала обратил внимание знаменитый математик XIX в. Бернхард Риман (1826-1866) в его знаменитой лекции “О гипотезах, лежащих в основаниях геометрии” (1854 г.), в которой говорилось о том, что заданием расстояния между двумя близкими точками может быть определена геометрия пространства.

Знание четырехмерного интервала между двумя событиями позволяет определить, имеется ли между этими событиями причинно-следственная связь или между этими событиями не может быть такой связи ни в одной ИСО. В классической механике, в которой предполагалось существование бесконечной скорости передачи взаимодействия, между всеми событиями должна была быть причинно-следственная связь. Только СТО установила в этом вопросе принципиально новое: если $S^2>0$, то между данной парой событий ни в одной ИСО не может быть причинно-следственной связи; если же $S^2<0$, то между данной парой событий может существовать причинно-следственная связь.

Взамен формулы 2-го закона Ньютона, СТО вывела новую формулу движения материальной точки:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \left[\vec{F} - \frac{\vec{v}}{c^2}\left(\vec{v}\vec{F}\right)\right]\sqrt{1 - v^2/c^2}. \qquad (2.6)$$

Если величину $\frac{d\vec{v}}{dt}$ рассматривать как ускорение движения тела, то из анализа правой части выражения (2.6) следует (в отличие от утверждения классической механики), что ускорение тела ***не всегда*** совпадает по направлению с направлением действующей силы.

Но чрезвычайно важным выводом, полученным А. Эйнштейном в СТО, является установление взаимосвязи между двумя фундаментальными характеристиками вещественного тела, между его массой и энергией в покое:

$$E_0 = m \,.\, c^2 \qquad (2.7)$$

Для движущегося тела формула взаимосвязи принимает более сложный вид:

$$E = mc^2/\sqrt{1 - v^2/c^2}. \qquad (2.8)$$

В СТО рассматриваются и такие физические объекты, которые не обладают массой (фотон, гравитон), в этом случае пользуются другой формулой, из которой формула (2.7) получается как частный случай:

$$E = [(m \,.\, c^2)^2 + p^2 \,.\, c^2]^{1/2}, \qquad (2.9)$$

где p - импульс физического объекта.

Из предыдущего непосредственно следует, что в СТО отсутствует закон сохранения массы. С другой стороны, вместо двух самостоятельных законов сохранения - энергии и количества движения, в СТО устанавливается единый закон сохранения энергии-импульса.

СТО является фундаментом современной физики и лежит в основе всех новейших физических теорий, ее выводы подтверждены экспериментально (достаточно упомянуть о высвобождении внутриядерной энергии, что теоретически было предсказано на основании формулы (2.7)).

Однако, не указывая на некоторые трудности, имеющиеся в самой теории, укажем на ограниченность СТО: эта теория справедлива только в инерциальных системах отсчета. Кроме того, рассматривая однородное и изотропное пространство и однородное время, СТО автоматически не учитывает существование гравитации, которая изменяет указанные выше свойства пространства и времени. Связав между собой пространство и время (см. формулы Лоренца (2.1)), СТО не учла влияния на них материальных тел.

Именно эти и другие недостатки СТО привели А. Эйнштейна к необходимости обобщить созданную им теорию, что и было им выполнено в период с 1907 по 1916 гг. Новая физическая теория получила название **общей теории относительности**, которая, по сути дела, оказалась релятивистской теорией тяготения.

Но прежде чем перейти к изложению этой теории, рассмотрим кратко развитие представлений о том физическом явлении, которое мы называем тяготением.

§3. Развитие учения о тяготении

Еще в древнем мире люди, наблюдая падение тел на Землю, задумывались над причиной этого явления. Великий греческий ученый и философ Аристотель (384-322 г. до н.э.) утверждал, что "падающие тела движутся без воздействия посторонних тел или без воздействия на них какой-либо силы. Это движение является естественным, а не насильственным. Причина его лежит в самих тяжелых телах, которые всегда стремятся занять свое место, находящееся на Земле". Аристотель утверждал, что скорость, которую приобретают тела, падая на Землю, зависит от веса этого тела и пропорциональна ему. Другой ученый древнего мира Птолемей (2-й век до н.э.), построивший геоцентрическую модель мира, утверждал, что на падение тел влияет движение планет вокруг Земли как вокруг центра.

Новую картину мира предложил польский ученый Николай Коперник (1473-1543гг). По Копернику, в центре мира находится не Земля, а Солнце, вокруг которого обращаются пять известных к тому времени планет (Меркурий, Венера, Марс, Юпитер, Сатурн) и Земля, которая также является планетой.

Наибольшее влияние на развитие физики, заложив ее основы, оказал итальянский ученый Галилей (1564-1642гг.). Впервые в основу научных гипотез Галилей положил ***опыт, эксперимент***, который не только позволял многократно повторять наблюдение явления, но и, что самое главное в методе Галилея, получать количественные характеристики этого явления. Именно таким путем Галилей решил проверить, что "скорость падающего на Землю тела зависит от его веса". Суть опытов такова. С достаточно высокой и наклонной башни, находящейся в г. Пизе (Италия), Галилей бросал различные тела и обнаружил, что все они независимо от формы, состава и веса достигают Земли приблизительно в одно и то же время. Из этих же опытов Галилей сделал вывод, что движение падающих тел является равноускоренным.

Ход его мыслей и действий был следующий. Если тело падает равноускоренно, рассуждал Галилей, значит его скорость $\boldsymbol{v}$ будет возрастать прямо пропорционально времени t, которое нужно отсчитывать от начала падения тела. Поэтому необходимо опытным путем проверить выполнение соотношения $v \sim t$. Однако, во времена Галилея не было не только таких приборов, как спидометры, но не было даже часов в нашем понимании ("ходики" и пружинные часы были изобретены позже). Поэтому ученый избрал иной путь проверки соотношения $v \sim t$. Галилей рассуждал так: если движение тела происходит по такому закону, то при этом путь l, пройденный за время t, будет пропорционален квадрату времени $l \sim t^2$. Зависимость же $l \sim t^2$ проверить значительно легче, для чего необходимо измерить пути, пройденные за определенные промежутки времени. Для измерения промежутков времени был использован древнейший способ: измерение количества воды, которое вытекло из сосуда за время наблюдения. Из большого ведра, в дне которого сделано малое отверстие, закрытое в начале опыта пробкой, вода вытекала в другой сосуд. По количеству вытекшей воды можно определить время, в течение которого тело свободно падало. Но вертикальное падение происходило слишком быстро. Поэтому Галилей заменил свободное падение на движение по наклонной плоскости, которое во столько раз медленнее свободного падения, во сколько раз высота наклонной плоскости меньше ее длины. Многократно проводя эксперимент, беря разные расстояния по наклонной плоскости, Галилей подтвердил свои логические рассуждения: пройденный путь при равноускоренном движении действительно оказался пропорциональным квадрату времени движения. Меняя угол наклона плоскости, по которой скатывался латунный шар, Галилей пришел к выводу, что и при свободном падении (угол наклона равен 90^0!) будет выполняться установленный закон, что движение тел при свободном падении является равноускоренным. Продолжая свои опыты, ученый изучает движение тел, брошенных горизонтально или под некоторым углом к горизонту. В это же время Галилей устанавливает законы колебательного движения тела, подвешенного на нити (сейчас мы такое тело называем математическим маятником). Во всех рассмотренных движениях Галилей усматривает проявление притяжения к Земле. Вместе с тем, не понимая природы тяготения, он не смог понять, что и приливы, и отливы в морях и океанах обусловлены той же причиной, что и падение тел, участие в возникновении приливов и отливов Луны Галилей отрицал.

Огромное влияние на развитие физики оказал французский ученый Рене Декарт (1596-1650), с полным основанием его можно считать основателем того направления в науке, которое в конце XIX в. стали называть “теоретической физикой”. Но и для Декарта тяготение было непознаваемо. Логически рассуждая, он пытался объяснить падение тел не притяжением к Земле, а воздействием специфической жидкости - флюида: при опускании тела (приближении к Земле) равный объем флюида поднимается от поверхности Земли наподобие того, что происходит с перемещением тела в жидкости.

В 1619 г. немецкий астроном Иоган Кеплер (1571-1630), анализируя огромный экспериментальный материал, накопленный датским астрономом Тихо Браге по наблюдению движений Марса и Юпитера, сформулировал три закона движения планет солнечной системы.

1-й закон: *планеты движутся вокруг Солнца по эллиптическим орбитам, в одном из фокусов которых и находится центральное светило*.

2-й закон: *радиусы-векторы, проведенные из Солнца к планетам, за каждую единицу времени описывают одинаковые площади*.

3-й закон: *квадраты периодов обращения планет относятся как кубы средних расстояний их от Солнца*.

Именно эти законы послужили началом для установления закона Всемирного тяготения. Но для этого потребуется еще несколько десятков лет.

В этот период французский ученый Роберваль (1646) высказывает гениальную для своего времени догадку, что тяготение является общим свойством всех тел (забегая вперед, скажем, что впоследствии мы будем воздавать должное Ньютону за то, что он распространит действие своего закона на всю Вселенную).

Другой французский ученый Борель (1666), признавая законы Кеплера, пытается объяснить, почему планеты не падают на Солнце: дело в том, что планеты ... движутся (правда, он еще не знает, что это возможно лишь при определенной скорости движения небесного тела. Так, замедлившийся искусственный спутник Земли начнет приближаться к поверхности планеты).

В 1673 г. голландский физик Христиан Гюйгенс (1629-1695) выводит формулу центростремительного ускорения, которая впоследствии будет использована Ньютоном для проверки закона Всемирного тяготения. Причиной же движения планет является не сила притяжения к Солнцу, а другая, направленная по касательной к траектории, природу которой он объяснить не мог.

В эти же годы английский физик Роберт Гук (1635-1703) из анализа известных фактов, в том числе законов Кеплера, вплотную подошел к установлению природы тяготения. Он утверждал, что все тела тяготеют друг к другу и силы тяготения тем больше, чем больше массы этих тел и чем ближе они располагаются друг к другу. Однако, количественного выражения для силы тяготения Роберт Гук не получил.

20 лет проблемой тяготения занимался великий английский физик Исаак Ньютон (1643-1727). Продолжительность работы была связана с тем, что его расчеты давали величины, даже грубо не совпадающие с экспериментальными данными. Но к 1684 г. были уточнены необходимые для расчетов величины - радиус Земли и среднее расстояние от Земли до Луны. И тогда перерасчет дал хорошее совпадение теоретических и экспериментальных величин. Этот год и принимается за дату открытия закона Всемирного тяготения. Ньютон начал с того, что рассмотрел движение Луны вокруг Земли. Согласно формуле Гюйгенса для центростремительного ускорения ускорение Луны равно $a_л = \omega^2 R$, где ω -угловая скорость вращения Луны, R - радиус ее орбиты.

Составим отношение центростремительных ускорений двух тел, одно из них пусть находится на поверхности Земли, вторым телом будет Луна.

Тогда $a_з = \omega_з^2 R_з$, $a_л = \omega_л^2 R_л$ и отношение этих равенств

$$\frac{a_з}{a_л} = \frac{\omega_з^2 R_з}{\omega_л R_л}. \qquad (*)$$

Т.к. $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$, то $\frac{\omega_з}{\omega_л} = \frac{T_л}{T_з}$ или $\frac{\omega_з^2}{\omega_л^2} = \frac{T_л^2}{T_з^2}$.

Подставим полученное значение отношения квадрата угловых скоростей в формулу (*):

$$\frac{a_л}{a_з} = \frac{T_л^2 R_з}{T_з^2 R_л}.$$

Воспользуемся 3-им законом Кеплера, согласно которому

$$\frac{T_з^2}{T_л^2} = \frac{R_з^3}{R_л^3}.$$

Объединяя последние два равенства, окончательно получаем

$$\frac{a_з}{a_л} = \frac{R_л^2}{R_з^2}.$$

Из этого соотношения Ньютон делает вывод, что центростремительное ускорение, приобретаемое телом под действием центральной силы - силы тяготения, обратно пропорционально квадрату расстояния тела до источника тяготения.

Следующий шаг в выводе закона тяготения был такой. Все тела на Земле падают с одним и тем же ускорением независимо от их массы (этот факт установил еще Галилей). По второму закону механики, которую построил сам Ньютон, ускорение определяется по формуле:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Но если ускорение не зависит от массы тела, значит сама сила F должна быть прямо пропорциональна этой массе. Отсюда получаем, что сила тяготения $F \sim m$. Объединяя оба вывода, которые Ньютон получил, анализируя движение Луны вокруг Земли, получаем общее выражение для закона Всемирного тяготения:

$$F_{тяг} \sim \frac{m}{R^2}.$$

Но так как по третьему закону механики сила действия Земли на Луну и противодействия Луны на Землю численно равны друг другу, то сила тяготения должна быть пропорциональна массам и Земли, и Луны, обоих тяготеющих тел.

Итак, сила тяготения между двумя телами будет пропорциональна произведению масс тяготеющих тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними (тела рассматриваются как материальные точки. Кстати, и законы механики тоже справедливы для материальных точек!):

$$F_{тяг} \sim \frac{m_1 \cdot m_2}{R_{1-2}^2}.$$

Гениальность И. Ньютона проявилась в том, что он распространил действие установленного им закона тяготения на все тела Вселенной, в том числе и на находящихся на Земле.

Именно поэтому закон тяготения получил название закона Всемирного тяготения. Чтобы написать закон в виде равенства, вводится коэффициент пропорциональности G - гравитационная постоянная. Тогда

$$F_{тяг} = G\frac{m_1 \cdot m_2}{R_{1-2}^2}. \qquad (3.1)$$

Коэффициент G- это наименованная величина, это связано с тем, что для всех остальных величин, входящих в формулу (3.1), уже были выбраны единицы измерения, которые вместе не дают наименование силы, а в физике можно приравнивать только однородные величины (!). При этом негласно считается, что в формуле (3.1) стоит та же масса, которая фигурирует в формуле 2-го закона механики. Этот факт (равенство масс, входящих в разные законы) в классической физике принимался как данный и не вызывал особого возражения. Тем более (о чем речь будет идти дальше) во множестве точнейших опытов (с точностью до 10^{-12}) не обнаруживалось различие этих величин. Однако, к этому удивительному совпадению масс инертной и гравитационной (т.е. тех масс, которые входят в два закона природы - 2-ой закон механики и закон Всемирного тяготения) иначе подошел "Ньютон XX в." - Альберт Эйнштейн. И его подход к этому факту привел к созданию новой физической теории - общей теории относительности - современной релятивистской теории пространства, времени и тяготения.

Дополним наш очерк некоторыми важными сведениями. Обратим внимание на то, что сила тяготения направлена к центру тяготения, т.е. по отношению к направлению радиуса-вектора, проведенному от центра тяготения к месту расположения притягиваемого тела, имеет противоположное направление. Это означает, что при векторной записи силы притяжения необходимо поставить знак "-" в правой части равенства:

$$\vec{F}_{1-2} = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{R_{1-2}^2}\frac{\vec{R}_{1-2}}{R_{1-2}}. \qquad (3.2)$$

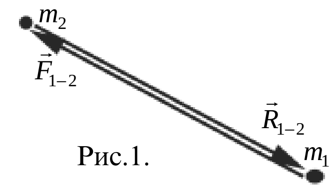

Рис.1.

Установленный нами факт имеет общефизическое значение: **всякая сила притяжения - отрицательная величина**. Но в школьной практике, как правило, знак "-" у величины силы опускается (если это, конечно, не влияет на решение задачи) и рассматривается только абсолютное значение силы взаимодействия тяготеющих тел (или электрических зарядов).

В XVIII - XIX вв. ньютоновская теория тяготения была признана всеми физиками и нашла практическое применение. Поскольку в формулу закона тяготения не входит время, то это толковалось как утверждение, что сила тяготения передается на любые расстояния мгновенно. Как и вся классическая механика (механика, основанная на законах Ньютона), теория Ньютона о силе тяготения - это теория, основанная на принципе дальнодействия (мгновенности передачи действия или информации на любое расстояние).

В трудах знаменитых физиков и математиков этого времени (Эйлер, Лагранж, Лаплас и др.) закон Всемирного тяготения успешно применялся для объяснения движения планет и комет солнечной системы. Лаплас вводит еще одну характеристику гравитационного поля, которая формально напоминает напряженность электростатического поля. Действительно, если напряженность электростатического поля определяется по формуле

$$E = \frac{F}{q},$$

то напряженность гравитационного поля в данной точке определяется аналогично:

$$\frac{F_{1-2}}{m_2} = g = \frac{Gm_1}{R_{1-2}^2}. \qquad (3.3)$$

Но эта величина, как легко установить, является не чем иным, как ускорением свободного падения. Таким образом, у величины

g имеется два толкования: **1**) это ускорение свободного падения тел, находящихся на данном расстоянии от центра Земли (естественно, в этом случае под m_1 подразумевается масса Земли $m_1 = m_з$); **2**) это напряженность гравитационного поля в данной его точке. Однако, как и в электростатике (до Фарадея), так и в теории тяготения (до Эйнштейна) упоминание о "поле" имеет формальный, математический, а не физический характер, так как промежуточная среда никакой роли не играла как в передаче электрического, так и гравитационного взаимодействия, эти взаимодействия передавались на любое расстояние мгновенно.

Вершиной успеха ньютоновской теории тяготения было предсказание французским астрономом Леверье в 1846 г. существования еще одной планеты в солнечной системе (то же предсказание независимо было сделано и другим ученым - Адамсом). Вскоре за планетой Уран, движение которой отклонялось от "указания" закона тяготения, была обнаружена новая планета - Нептун (Галле, 1846 г.).

Другие небольшие нарушения предсказаний закона тяготения удавалось устранить, внося некоторые обоснованные поправки. Например, за столетнее наблюдение за Луной обнаружили, что она оказалась на два своих диаметра впереди, нежели ей полагалось быть по расчетам. Анализ показал, что в этом факте "виновата" сама Земля: из-за приливного трения Земля замедляет свое движение.

Но было еще одно явление, которое не находило объяснения, - это вращение перигелия планет, которое тем больше, чем ближе планета находится к Солнцу. Так, у Меркурия за сто лет перигелий смещается на угол в 40".

Как догадывается читатель, этот эффект, как и некоторые другие, которые не были объяснены теорией Ньютона, объяснила общая теория относительности А. Эйнштейна.

Но прежде чем перейти к изложению основ теории Эйнштейна, рассмотрим более детально величину G - гравитационную постоянную, ее значение для практических целей, методы ее определения. Она потребуется нам и при построении теории тяготения А. Эйнштейна - общей теории относительности.

§4. Гравитационная постоянная

Формула закона Всемирного тяготения (ЗВТ) может быть практически использована только тогда, когда нами будет определена гравитационная постоянная. Только тогда можно будет рассчитывать силу тяготения двух массивных тел, или массу одного из них, или расстояние между ними (предполагается, что другие величины в формуле (3.1) определены независимыми способами).

Первым ученым, который определил гравитационную постоянную, был английский физик Генри Кавендиш (1731-1810). Ниже мы опишем идею его эксперимента, осуществленного в 1798г. А сейчас покажем, как Кавендиш "взвесил" Землю, определил ее среднюю плотность.

Для произвольного тела, расположенного на поверхности Земли, можно написать:

$$mg = G\frac{m \cdot M_з}{R^2}. \qquad (4.1)$$

Из (4.1) определяем массу Земли:

$$M_з = g\frac{R^2}{G}$$

и ее средняя плотность:

$$\bar{\rho} = \frac{M_з}{V_з}.$$

С другой стороны, зная как движется Земля вокруг Солнца, можно определить ее ускорение, а затем и силу, создающую это ускорение: $F_{с-з} = M_з a_з$.

Используя формулу ЗВТ, можно рассчитать и массу Солнца:

$$F_{с-з} = G\frac{M_з \cdot M_с}{R_{с-з}^2}, \quad \text{откуда} \quad M_с = \frac{F_{с-з} \cdot R_{с-з}^2}{G \cdot M_з}.$$

Подставляя в последнюю формулу значение $F_{с-з}$ и заменяя $a_з$ через ее выражение

$$a_з = \frac{v_з^2}{R_{c-з}} \ ,$$

окончательно получаем возможность “взвесить” и Солнце:

$$M_c = \frac{v_з^2 \cdot R_{c-з}}{G} \ ,$$

где $v_з$ - линейная скорость Земли на ее орбите.

Во все основные формулы, полученные выше, входит гравитационная постоянная. Отсюда видно, как важно знать значение этой величины. При этом необходимо было получить значение гравитационной постоянной, производя опыты не с небесными телами, а с телами, находящимися на Земле. Это тем более важно было сделать, так как гениальный И. Ньютон распространил действие ЗВТ и на взаимодействия тел на Земле.

Г. Кавендиш использовал в своей установке так называемый метод крутильных весов. На рисунке 2. изображена схема опыта Кавендиша. На тонком стержне закреплены два небольших свинцовых шарика с массами m=50г (1,2). Стержень уравновешен, и на нити подвеса укреплено легкое зеркальце (3). В горизонтальной плоскости расположения грузиков (1,2) находятся центры больших грузов (3,4), каждый по массе M = 50 кг. Вся установка помещена в стеклянный шкаф, чтобы устранить влияние движения воздуха.

Опыт проводится дважды, второе перемещенное положение грузов (3,4) на рисунке изображено пунктиром.

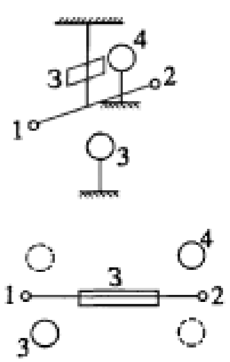

Рис.2

Для первой части опыта получается следующее соотношение, выражающее равенство сил гравитационного притяжения двух пар шаров (1-3) и (2-4) упругой силы, возникающей в нити подвеса при ее закручивании:

$$2G\frac{m \cdot M}{R^2} = k\alpha_1 \, ,$$

где α_1 - угол закручивания нити (в радианах), k - коэффициент упругости нити подвеса.

После перемещения грузов (3 и 4), соотношение для равенства сил запишется так:

$$2G\frac{m \cdot M}{R^2} = k\alpha_2 .$$

При этом предполагается, что в силу ряда причин (неоднородность нити, ошибка при снятии показания и т.д.) углы закручивания α_1 и α_2 не равны друг другу. Сложим эти равенства:

$$4G\frac{m \cdot M}{R^2} = k(\alpha_1 + \alpha_2). \qquad (4.2)$$

Коэффициент упругости нити определялся с помощью крутильного маятника (грузы 3 и 4 удаляются, стержень несколько раз поворачивается вокруг вертикальной оси-нити подвеса и освобождается; под действием упругой силы в нити подвеса коромысло установки начинает совершать крутильные колебания с периодом T, который связан с коэффициентом упругости “k” по формуле

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{k}} \ ,$$

где - J момент инерции системы. Считая стержень легким (“невесомым”) по сравнению с массами грузов (1,2), рассчитаем момент инерции системы по формуле (l - длина стержня):

$$J = 2J_1 = 2\frac{ml^2}{4} = \frac{ml^2}{2} .$$

Таким образом, в формуле (4.2) известны все величины, кроме G.

Расчеты, проведенные Кавендишем, дали следующее значение гравитационной постоянной:

$$G = (6,67 \pm 0,05)\, 10^{-11}\ Н \cdot м^2 кг^{-2},$$

которое практически совпадает с современным значением этой величины ($(6,672 \pm 0,004)\ 10^{-11}\ Н\ м^2 кг^{-2}$).

В силу важности рассматриваемой величины, определение ее численного значения продолжается и до настоящего времени, при этом используются методы, принципиально отличающиеся

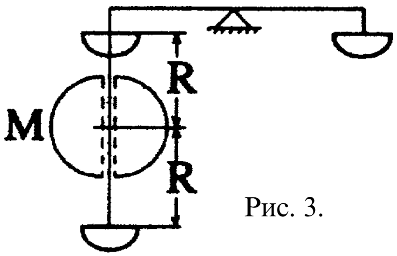

Рис. 3.

от метода Кавендиша. Рассмотрим еще один способ нахождения гравитационной постоянной, разработанный французским физиком Жолли (1878 г.). На рычажных весах уравновешен небольшой груз (рис.3) массы m.

С левой стороны весов (см. рис.3) имеются две чашечки, соединенные нитью, пропущенной через канал в независимо от весов закрепленном шаре. В первой части опыта грузик размещается на левой нижней чашке, а во второй части опыта -слева же, но на верхней чашке. Если еще можно пренебречь изменением расстояния от малого груза до центра Земли, то уже изменением положения малого груза до большого пренебречь нельзя.

Когда груз "m" находится на верхней чашке, на него действуют две силы, направленные в одну сторону - вертикально вниз, их результирующая равна арифметической сумме сил $G\frac{m \cdot M}{R^2}$ и $m \cdot g$. Когда же груз "m" перемещается на нижнюю чашку, результирующая сила, действующая на этот груз "m", равна разности сил $G\frac{m \cdot M}{R^2}$ и mg, причем сила тяжести mg больше, чем сила притяжения тела "m" к шару M. Равновесие весов после перемещения груза "m" должно нарушиться. Изменяя величину веса гирьки на другой чашке весов, можем восстановить равновесие. Найдя величину довеска, восстанавливающего равновесие рычажных весов DP, можно приравнять ее к величине

$$2\ G\frac{m \cdot M}{R^2},$$

которую легко получить, составляя разность равнодействующих сил, испытываемых грузом "m" в двух частях опыта.

Расчет дал следующее значение для гравитационной постоянной в опыте Жолли: $G = (6{,}6732 \pm 0{,}0031) \cdot 10^{-11} H \cdot m^2 \cdot кг^{-2}$.

Дополнение

До сих пор мы преимущественно говорили о значении ЗВТ (в том числе и гравитационной постоянной) для определения сил тяготения или масс, или расстояний между тяготеющими телами. Но знание более точного значения гравитационной постоянной необходимо и для земных дел. Приведем цитату из статьи "Гравиметрия" (наука о земном поле тяжести и связи его с фигурой Земли, ее внутренним строением и строением земной коры), помещенной в Физическом энциклопедическом словаре (ФЭС) изд.1, 1960 г., т1, с.585, из которой будет ясно, сколь важно как можно точнее знать характеристики земного поля тяготения:

"Изучение гравитационного поля Земли позволяет решить многие задачи геодезии и геофизики. Так, построение нормального гравитационного поля дает возможность определить сжатие земного эллипсоида. Изучение аномалий силы тяжести позволяет вычислить уклонения геоида от эллипсоида. Поскольку аномалия силы тяжести вызывается неравномерным распределением масс в земной коре, по характеру гравитационного поля можно судить о наличии изменений плотностей в районе исследования; так, *возможно обнаружить различные геологические структуры и залежи полезных ископаемых.* Изучение изменений "g" (так называемые вариации силы тяжести) в совокупности с повторным нивелированием открывает новые возможности в изучении геологических процессов, происходящих в земной коре. Периодические изменения "g" позволяют судит о приливных явлениях в твердой оболочке Земли, что, в свою очередь, дает возможность сделать выводы об упругих свойствах Земли".

§5. Инертная и гравитационная массы

То, о чем будет идти речь в этом очерке, частично уже обсуждалось ранее. Но вопрос настолько важен для построения ОТО, что кое-что из предыдущего необходимо повторить.

Согласно закону Всемирного тяготения, сформулированному И. Ньютоном, сила притяжения между двумя точечными частицами прямо пропорциональна произведению их масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Но если в уравнениях движения классической механики масса выступала как мера инертности тела, то в ЗВТ масса характеризует совершенно иное свойство тела - она выступает как гравитационный "заряд". Такое название для гравитационной массы напрашивается, если сравнить формулы законов тяготения и электростатического взаимодействия (закона Кулона):

$$F_{тяг} = G\frac{m_1 m_2}{R^2} \quad и \quad F_{эл} = k\frac{q_1 q_2}{R^2}, \quad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}. \quad (5.1)$$

Поскольку в уравнениях движения и в формуле ЗВТ речь идет о двух различных свойствах тела, которые могли быть совершенно не связанными друг с другом, то, вообще говоря, должны были быть введены две различные физические величины - инертная масса "$m_и$", характеризующая степень инертности тела, и гравитационная масса "$m_г$", характеризующая его гравитационный "заряд":

$$F = m_и \cdot a \quad и \quad F = G\frac{m_г M_г}{R^2} \quad (5.2)$$

Однако существует следующий факт, совершенно надежно с огромной точностью подтвержденный экспериментально: для всех тел гравитационная масса тела $m_г$ и его инертная масса $m_и$ строго пропорциональны друг другу, т.е. для всех тел отношение гравитационной и инертной масс $m_г/m_и$ одинаково и, следовательно, представляет собой некую универсальную постоянную. С этим удивительным свойством массы человек сталкивается с первых шагов своего существования: чем тяжелее тело (т.е. чем больше его гравитационная масса), тем труднее изменить его состояние (тем больше его инертная масса). Поэтому представление о тождестве инертной и гравитационной масс настолько кажется естественным, что мы забываем о том, что имеем дело с характеристиками совершенно различных свойств тела.

Совпадение гравитационной и инертной масс с научной точки зрения отнюдь не является очевидным, само собой разумеющимся. Оно стало для нас таким в силу многовековой привычки к этому факту. Но существуют и научные

эксперименты, подтверждающие совпадение $m_и$ и $m_г$. Рассмотрим некоторые из них.

Пусть тело покоится на поверхности Земли. Мы можем выразить силу тяжести этого тела двумя способами: через его инертную массу с помощью второго закона Ньютона и через его гравитационную массу с помощью ЗВТ.

По второму закону механики имеем:

$$F = m_г \cdot g. \quad (5.3)$$

На основании ЗВТ получим:

$$F = G\frac{m_г M_з}{R^2}. \quad (5.4)$$

где $M_з$ - масса Земли, R - радиус Земли.

Приравнивая правые части равенств (5.3) и (5.4), находим:

$$m_и g = G\frac{m_г M_з}{R^2}$$

откуда отношение гравитационной и инертной масс тела оказывается равным:

$$\frac{m_г}{m_и} = g\frac{R^2}{GM_з}. \quad (5.5)$$

Так как множитель $R^2/G \cdot M_з$ в правой части соотношения (5.5) одинаков для всех тел в данном месте Земли (и в любом месте, если считать Землю шаром постоянного радиуса R), то отношение гравитационной и инертной масс тела может зависеть только от ускорения свободного падения g, которое получают тела при свободном падении под действием силы тяжести.

С огромной точностью установлено, что в данной точке земной поверхности все тела получают под действием силы тяжести одно и то же ускорение независимо от массы тела, его формы, химического состава и т.д. Впервые опытная проверка этого утверждения проводилась еще Галилеем, а затем с большей точностью и другим методом - И. Ньютоном. В опытах Галилея (о них мы говорили в §3) проверка постоянства g основывалась на измерении времени падения тел с высоты Пизанской башни. В опытах же Ньютона производились измерения периода колебаний математического маятника с одной и той же длиной нити, к которой подвешивались грузы разной массы. В силу важности обсуждаемой проблемы рассмотрим более подробно сущность опытов Ньютона с математическими маятниками.

Как известно, период малых колебаний математического маятника зависит только от длины маятника и ускорения свободного падения g и определяется по формуле:

$$T = 2\pi\left(\frac{l}{g}\right)^{\frac{1}{2}}. \qquad (5.6)$$

Поэтому при одинаковой длине маятников различие периодов колебания означало бы различие ускорений свободного падения для различных тел.

Формула (5.6) является приближенной. Точная формула для периода малых колебаний дается при решении дифференциального уравнения движения колеблющегося тела. При малых амплитудах колебания уравнение движения запишется так:

$$m_и \frac{d^2(l\alpha)}{dt^2} = -m_г g \sin\alpha = -m_г g\alpha, \qquad (5.7)$$

где использовано приближенное соотношение при малых углах отклонения α: $\sin\alpha \approx \alpha$.

Уравнение (5.7) для гармонического движения имеет следующее решение:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\frac{m_г}{m_и}}. \qquad (5.8)$$

Так как из опытов Ньютона следовало, что период колебаний математического маятника подчиняется закону (5.6), то это означало, что отношение $\frac{m_г}{m_и}$ равно 1.

Опыты Ньютона с большой точностью показали, что g одинаково для всех тел в данном месте Земли. Одновременно мы получили непосредственное подтверждение совпадения инертной и гравитационной масс у всех тел (независимо от местонахождения на Земле).

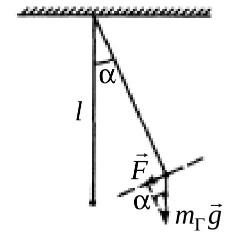

Рис.4.

Еще более точный метод доказательства численного совпадения гравитационной и инертной масс был разработан венгерским физиком Этвешем (1848-1919). В 1896 г. он показал, что эти величины могут отличаются друг от друга на величину порядка 10^{-9}. В 1959-1963 гг. американским физиком Р. Дике точность измерений была увеличена до 10^{-11}, а в 1971 г. советские физики В.П. Брагинский и В.И. Панов довели точность измерения этих величин до 10^{-12}. Идея последних экспериментов принципиально была одинакова, а различались они лишь точностью, которую давали приборы наблюдения.

Опишем принципиальную схему последних опытов. Рассматривая тело, находящееся на поверхности Земли, мы не учитывали до сих пор вращение Земли вокруг своей оси. Рассматривая опыт в системе отсчета "Земля", мы должны учесть помимо силы тяжести , направленной к центру Земли и равной $F_г = G \cdot m_г M_з / R^2$, еще центробежную силу $F_{цб} = m_и \omega^2 r_\perp$, направленную по перпендикуляру к оси вращения Земли. Если тело не находится на экваторе, то эти две силы не действуют по одной прямой (см. рис.5). Важно отметить, что сила тяготения пропорциональна гравитационной массе $m_г$, в то время как центробежная сила пропорциональна инертной массе $m_и$. Поэтому, если отношение $m_г / m_и$ для разных тел различно, то равнодействующая $F_г$ и $F_{цб}$ для разных тел будет иметь разное направление.

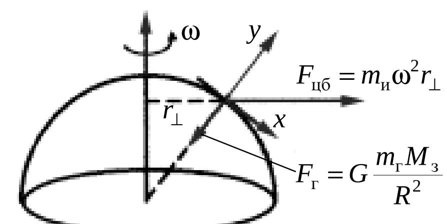

Рис. 5.

В опыте Этвеша (см. рис.6) на длинной тонкой нити подвешивался стержень, к концам которого прикреплялись грузы 1 и 2, изготовленные из различных материалов. Стержень устанав-

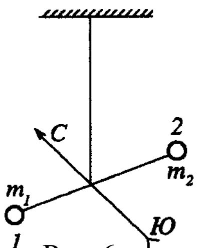

Рис. 6.

ливался перпендикулярно к меридиану данного места, где проводился эксперимент. На каждый груз действуют две силы: гравитационная $m_г g$ и центробежная сила $m_и \omega^2 r_\perp$. Последняя имеет вертикальную составляющую $m_и \omega^2 r_\perp \cos\nu$, где ν - географическая широта рассматриваемого места.

Если место прикрепления нити к стержню делит его пополам, то одним из условий равновесия грузов 1 и 2 будет равенство:

$$m_{1г} g - m_{1и} \omega^2 r_\perp \cos\nu = m_{2г} g - m_{2и} \omega^2 r_\perp \cos\nu$$

или

$$m_{1и} \left(\alpha_1 g - \omega^2 r_\perp \cos\nu\right) = m_{2и} \left(\alpha_2 g - \omega^2 r_\perp \cos\nu\right), \qquad (5.9)$$

где α_1 и α_2 - отношения гравитационных масс к инертным для грузов 1 и 2 соответственно.

Если $\alpha_1 \neq \alpha_2$, то из выражения (5.9) следовало бы, что $m_{1и} \neq m_{2и}$. В этом случае центробежные силы, действующие на грузы, а с ними и их горизонтальные составляющие, направленные к югу, не были бы одинаковыми. Поэтому появился бы вращающий момент, стремящийся закрутить нить:

$$M_l = \left(m_{1и} - m_{2и}\right) \frac{l}{2} \omega^2 r_\perp \sin\nu, \qquad (5.10)$$

где l - длина стержня.

В состоянии равновесия угол закручивания

$$\varphi_l = \frac{M_l}{f},$$

где f - модуль кручения.

При развороте всей установки на 180^0 угол поворота и крутящий момент M_2 изменят знак. Этвеш обнаружил, что с точностью до 10^{-9} $\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) = 0$, что свидетельствовало о численном совпадении инертной и гравитационной масс каждого тела 1 и 2.

Чтобы не поворачивать установку на 180^0, в последующих экспериментах по методу Этвеша использовали суточное

вращение Земли. Тогда без механического поворота установки последняя по отношению к направлению на Солнце через 12 часов оказывалась повернутой на нужный угол. И несмотря на то, что сила притяжения грузов 1 и 2 к Солнцу меньше земной в тысячи раз, но при неравенстве $m_г$ и $m_и$ приборы зафиксировали бы периодическое (с периодом в 12 ч) закручивание нити то в одну, то в другую сторону.

Тождество инертной и гравитационной масс приводит к глубоко идущему следствию. Этот факт был положен Эйнштейном в основу ОТО, его часто называют принципом эквивалентности инертной и гравитационной масс. Теория Эйнштейна оказалась бы неверной, если бы было обнаружено мельчайшее нарушение этого принципа. Вот почему повышение и без того исключительной точности проверки количественного совпадения $m_г$ и $m_и$ имеет принципиальное значение для утверждения ОТО.

Подведем итог. *Если в классической физике совпадение инертной и гравитационной масс тела считалось естественным, то на этот факт иначе посмотрел Эйнштейн. Из их равенства (эквивалентности) А. Эйнштейн сделал глубокий вывод: так как инертная масса определяет инертные, а гравитационная – гравитацион ные свойства тел, то эти физические явления (инерция и тяготение) являются лишь разными проявлениями одного и того же свойства физического тела. Это предположение (гипотезу) А. Эйнштейн и положил в основу построения так называемой общей теории относительности. Именно этой гипотезе обычно приписывают название “принципа эквивалентности”.*

§6. Принцип эквивалентности

В §5 был сформулирован вывод о том, что совпадение инертной и гравитационной масс не случайно, а имеет принципиальное значение. Это утверждение А. Эйнштейн принял как закон природы: между явлениями инерции и тяготения нет разницы, они эквивалентные проявления единой физической сущности. Это утверждение, парадоксальное с классической точки зрения, столь важно, что мы посвятим анализу этого утверждения А. Эйнштейна отдельный очерк.

В кратком изложении основ СТО (§2) было показано, что эта теория отвергла всякую возможность обнаружить абсолютный покой или равномерное прямолинейное движение системы отсчета (лаборатории), наблюдая внутри ее какое-либо физическое явление. В ИСО пространство однородно и изотропно (все точки его и все направления в нем равноправны), а время течет равномерно, любой момент времени можно принять за начало отсчета времени. Эти свойства пространства и времени в СТО обусловлены тем, что в СТО не учитывается существование гравитационного поля, не рассматриваются явления в неинерциальных системах отсчета (НСО).

Естественно возникает вопрос: нельзя ли обнаружить ускоренное движение СО (физической лаборатории) с помощью наблюдения явлений, происходящих внутри НСО? Если это удастся сделать, то мы разрешим проблему об установлении абсолютного покоя и движения и тем самым утвердим взгляды И. Ньютона на существование абсолютного пространства и времени (см.§ 2).

а) *Поступательно и ускоренно движущаяся система отсчета.*

Для решения поставленной задачи рассмотрим следующую ситуацию. Пусть "Лаборатория" (т.е. СО) находится так далеко от всех тяготеющих тел, что все предметы в "Лаборатории" невесомы, нет ориентирующих понятий как "верх" и "низ". Все вещественные предметы будут висеть неподвижно (относительно стенок лаборатории), либо будут двигаться равномерно и прямолинейно будучи предоставленными самим себе. Теперь изменим условия эксперимента, придав лаборатории ускоренное движение с ускорением в направлении оси ОХ (рис.7). Незакрепленные тела приобретут относительно лаборатории ускорение, направленное против движения СО. Закрепленные же тела (с помощью пружин или нитей) вызовут натяжение пружин или нитей.

Для математического описания рассматриваемого эксперимента воспользуемся классическими формулами преобразования координат и времени Галилея (учитывая при этом ускоренное движение подвижной СО, координаты которой обозначены со штрихами (см.рис.7)). Нам известны следующие формулы преобразования координат и времени классической физики - формулы Галилея (см.формулы 2.2):

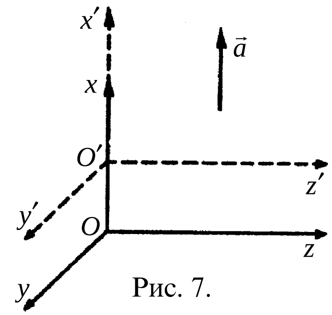

Рис. 7.

$$x' = x - 00'; \quad y'=y; \; z'=z; \quad t'=t, \qquad (6.1)$$

где при ускоренном движении штрихованной СО $OO'' = at^2/2$.

Для нашей задачи эти формулы можно записать так:

$$x' = x - \frac{at^2}{2}; \; y'=y; \; z'=z; \; t'=t. \qquad (6.2)$$

Проверим, будет ли в этом эксперименте выполняться 2-ой закон классической механики, будет ли он инвариантен (т.е. будет ли он иметь один и тот же вид во всех СО). Для этого составим выражение, связывающее ускорение тела в 2-х СО (напомним, что в ИСО ускорение - инвариант, т.е. во всех ИСО имеет одно и то же значение). Составим сначала первые производные от формул (6.2), получим:

$$u'_{x'} = u_x - at, \qquad u'_{y'} = u_y, \qquad u'_{z'} = u_z.$$

Второе дифференцирование дает:

$$W'_{x'} = W_x - a; \qquad W'_{y'} = W_y; \qquad W'_{z'} = W_z.$$

Запишем эти три соотношения в единой векторной форме:

$$\vec{W}' = \vec{W} - \vec{a}. \qquad (6.3)$$

Мы обнаруживаем, что ускорение в нашей задаче не является абсолютной, инвариантной величиной: если в СО "*L*" ускорение равно нулю *W=0*, то в СО "*L*'" оно отлично от нуля и совпадает с ускорением СО "*L'*", взятым со знаком "—": . Такой результат указывает на то, что в ускоренно движущейся СО (неинерциальной СО) "*L'*" второй закон механики Ньютона не выполняется: если в СО "L" справедливо равенство:

$$\vec{F} = m\vec{W}\,, \qquad (6.4)$$

то для СО *"L' "* мы должны написать равенство:

$$\vec{F} = mW' + m\vec{a}\,\cdot \qquad (6.5)$$

где использованы соотношения (6.3) и (6.4).

Оказывается, что нарушается не только 2-ой закон Ньютона, но и закон инерции. Действительно, если в ИСО "L" сила $\vec{F} = 0$, то и ускорение W=0 (тело или покоится, или движется равномерно и прямолинейно), то в НСО "L'" дело обстоит иначе: при $\vec{F} = 0$ ускорение $\vec{W}' = -\vec{a}$ (см.6.5). Именно в связи с невыполнением в ускоренно движущихся СО закона инерции такие СО получили название неинерциальных СО (НСО).

Уравнению движения (6.5) можно придать "ньютоновский" вид, если наряду с "ньютоновской" силой $\vec{F}$, обусловленной взаимодействием реальных, конкретных тел, ввести так называемую "силу инерции", равную в нашем случае $\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}$.

Уравнение (6.5) запишется так:

$$\vec{F} + \vec{F}_{ин} = m\vec{W}' \qquad (6.6)$$

Выражение (6.6) имеет вид обычной формулы 2-го закона Ньютона. Однако, это удалось сделать путем введения "силы инерции", природа которой была необъяснима в рамках классической механики. Именно поэтому такие силы в этой механике называли "фиктивными". Ниже мы узнаем, что ничего фиктивного в этих силах нет. Но для этого нужно встать на точку зрения А. Эйнштейна. Но еще не зная рассуждений А. Эйнштейна, мы можем признать за силами инерции реальность, если вспомним, к каким физическим последствиям приводит проявление этих сил, например, для пассажиров при резкой остановке транспорта...

Выше мы поставили вопрос: нельзя ли, наблюдая физические процессы в НСО, установить, движется СО или покоится. Полученный выше результат о появлении в НСО сил инерции как будто бы дает утвердительный ответ на поставленный вопрос.

Но воспроизведем рассуждения А.Эйнштейна, рассмотрев предложенный им мысленный эксперимент с лифтом (в литературе этот лифт часто называют "лифтом Эйнштейна"). Сейчас, в XXI в., этот эксперимент уже можно осуществить, используя космические ракеты. Но 90 лет назад, когда А.Эйнштейн создавал свою теорию, космические корабли еще не летали в околоземном пространстве...

Итак, пусть лифт находится на Земле. Все предметы в нем весомы, подвешенные на нитях или пружинах, они растягивают их, однозначно определяются направления "верх" и "низ". При этом, в силу малых размеров лифта, гравитационное поле в месте его нахождения можно считать однородным (во всем объеме лифта ускорение свободного падения во всех точках одно и то же).

Но рассмотрим тот же лифт вдали от Земли и других небесных тел (в этом и состоит "идеальность" эксперимента на момент создания ОТО в начале XX в), тогда можно считать, что гравитационное поле вокруг (и внутри) лифта отсутствует. Приведем лифт в ускоренное движение с ускорением $\vec{a} = \vec{g}$. Очевидно, что этим мы создадим "весомость" всех тел в кабине лифта, растянутся нити или пружины, можно указать направление "верха" и "низа". Т.е. все будет происходить так же, как тогда, когда лифт стоял на Земле. Вслед за Эйнштейном мы обнаруживаем одинаковость, эквивалентность физических состояний в однородном гравитационном поле в неподвижном лифте (на Земле) с состояниями в лифте, когда он находится вне гравитационного поля, но движется ускоренно с ускорением $\vec{a} = \vec{g}$.

Это утверждение: неразличимость физических состояний в ИСО, находящейся в однородном гравитационном поле, от состояний вне поля при ускоренном движении СО с ускорением, равным ускорению, создаваемому однородным гравитационным полем, А. Эйнштейн возвел в ранг принципа - принципа эквивалентности и положил его в основу новой физической теории, получившей название общей теории относительности (ОТО).

Как и в специальной теории относительности ***принцип относительности*** имеет две формулировки ("утвердительную" и "отрицательную"), так и ***принцип эквивалентности*** можно сформулировать двояко:

1. Все физические процессы (явления) протекают одинаково при одинаковых условиях в ИСО, находящейся в однородном постоянном гравитационном поле, и в НСО, движущейся поступательно с определенным ускорением при отсутствии гравитационного поля (постоянное ускорение НСО равно тому ускорению, какое сообщает телам гравитационное поле в ИСО).

2. Никакие физические эксперименты, проводимые внутри СО, не позволяют отличить случай, когда "Лаборатория" движется поступательно с постоянным ускорением и гравитационное поле отсутствует, от случая, когда "Лаборатория" находится в покое (или движется равномерно и прямолинейно) в постоянном и однородном гравитационном поле.

Рассмотренный мысленный эксперимент приводит к чрезвычайно интересному и важному (для нашей строящейся теории) выводу о возможности создания искусственного гравитационного поля, приводя СО в ускоренное движение. И наоборот, заставляя СО "падать" в реальном однородном гравитационном поле с ускорением, которое сообщает это поле свободно падающим телам, можно "уничтожить" это гравитационное поле в объеме СО ("Лаборатории").

Обратим внимание читателя на неоднократно повторяемые слова "в однородном постоянном гравитационном поле". Дело в том, что только в этом случае можно говорить о постоянном ускорении, которое это поле может сообщить свободным телам. При этом тело может не быть материальной точкой, а занимать в этом поле конечный объем. Впоследствии мы вернемся к этой детали в формулировке принципа эквивалентности, т.к. она укажет нам границы применимости не только принципа эквивалентности, но и всей так называемой общей теории относительности.

Опираясь на принцип эквивалентности, мы можем сделать еще одно принципиально важное обобщение. Речь идет о движении по инерции: всякое тело, которое не испытывает

воздействия других тел, движется в данной СО равномерно и прямолинейно или покоится. В механике Ньютона движение по инерции принципиально отличалось от движения в поле тяжести. Но на основании принципа эквивалентности можно утверждать, что, переходя к ускоренно движущейся СО, мы можем "превращать" состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения в ускоренное, которое уже невозможно отличить от движения в поле тяжести. Справедливо и обратное утверждение: если гравитационное поле постоянно и однородно (что справедливо для небольших его объемов), то движение тел в свободно падающей СО неотличимо от движения по инерции. У нас, современников освоения Космоса, имеющих возможность наблюдать с помощью телевидения свободное состояние космонавтов и незакрепленных тел в кабине космического корабля, сделанное утверждение не должно вызывать возражения: мы видим на экране телевизора, что и космонавты и не закрепленные в кабине тела или неподвижны, или, получив толчок от руки космонавта или стенок кабины, перемещаются равномерно и прямолинейно в пределах объема корабля. Такое состояние предметов в кабине космического корабля мы объясняем так: космический корабль и все тела в нем, двигаясь вперед, непрерывно падают на Землю, это движение есть свободное падение. Но из-за шарообразности Земли при определенной скорости движения корабля он может продолжительное время обращаться вокруг Земли. Снова отметим, что объем корабля должен быть таким, чтобы во всех его точках можно было бы считать, что ускорение свободного падения одинаково.

На основании предыдущих рассуждений можно обобщить понятие "инерциальное движение": тело, на которое не действуют внешние силы (или равнодействующая их равна нулю) или которое подвержено действию только гравитационных сил, совершает движение по инерции.

Поставим перед читателем еще одну проблему: если, выбирая ускорение НСО, можно увеличить, или уменьшить, или даже "уничтожить" гравитационное поле, то почему же тела все равно

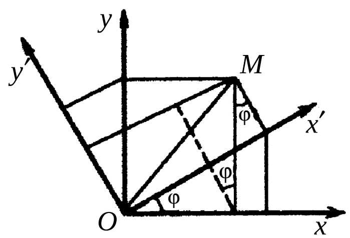

Рис. 8.

продолжают притягиваться друг к другу (имеется в виду последний случай движения НСО)?

Но прежде, чем дать ответ на этот неожиданный, но очень важный для нашей теории вопрос, сделаем дальнейшее обобщение принципа эквивалентности, рассмотрев другой класс НСО - вращающиеся СО.

б) *Вращающаяся система отсчета.*

Для упрощения задачи рассмотрим частный случай. Пусть НСО "*L*'" вращается вокруг оси $0z$ инерциальной СО *"L"* с угловой скоростью ω (рис.8). Формулы перехода от не штрихованных к штрихованным координатам имеют вид (нерелятивистский случай):

$$x' = x\cos\varphi + y\sin\varphi;$$
$$y' = y\cos\varphi - x\sin\varphi; \qquad (6.7)$$
$$z' = z;\ t' = t;\ \ \varphi = \omega t.$$

Нам потребуются и обращенные формулы:

$$x = x'\cos\omega t - y'\sin\omega t;$$
$$y = y'\cos\omega t + x'\sin\omega t; \qquad (6.8)$$
$$z = z', \qquad t = t'.$$

Для составления уравнений движения необходимо найти проекции ускорения. Продифференцируем формулы (6.8) по времени дважды:

$$W_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt^2}\cos\omega t - \frac{d^2y'}{dt^2}\sin\omega t - 2\omega\left[\frac{dx'}{dt}\sin\omega t + \frac{dy'}{dt}\cos\omega t\right] -$$
$$-\omega^2\left[x'\cos\omega t - y'\sin\omega t\right];$$
$$W_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y'}{dt^2}\cos\omega t + \frac{d^2x'}{dt^2}\sin\omega t - 2\omega\left[\frac{dy'}{dt}\sin\omega t - \frac{dx'}{dt}\cos\omega t\right] -$$
$$-\omega^2\left[y'\cos\omega t - x'\sin\omega t\right]; \qquad (6.9)$$
$$W_z = \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2z'}{dt^2}.$$

По закону, выраженному формулами (6.8), будут изменяться и компоненты силы F:

$$F_x = F'_{x'}\cos\omega t - F'_{y'}\sin\omega t,$$
$$F_y = F'_{y'}\cos\omega t - F'_{x'}\sin\omega t, \qquad (6.10)$$
$$F_z = F'_{z'}.$$

В ИСО *"L"* справедлив 2-ой закон Ньютона, поэтому можно составить следующие проекции формулы этого закона:

$$F_X = mW_X;\ F_Y = mW_Y;\ F_Z = mW_Z. \qquad (6.11)$$

В НСО *"L' "* уравнение движения в проекциях на оси координат запишется так:

$$F'_{x'}\cos\omega t - F'_{y'}\sin\omega t = m\begin{bmatrix} W'_{x'}\cos\omega t - W'_{y'}\sin\omega t - 2\omega\left(v'_{x'}\sin\omega t + v'_{y'}\cos\omega t\right) - \\ -\omega^2\left(x'\cos\omega t - y'\sin\omega t\right)\end{bmatrix};$$

$$(6.12)$$

$$F'_{y'}\cos\omega t - F'_{x'}\sin\omega t = m\begin{bmatrix} W'_{t'}\cos\omega t + W'_{x'}\sin\omega t - 2\omega\left(v'_{y'}\sin\omega t - v'_{x'}\cos\omega t\right) - \\ -\omega^2\left(y'\cos\omega t + x'\sin\omega t\right)\end{bmatrix};$$

$$F'_{z'} = mW'_{z'}.$$

Решая совместно эту систему уравнений, можно получить более компактную форму записи проекций уравнения движения в СО *"L' "* (предоставляем эту операцию осуществить читателю самостоятельно):

$$F'_{x'} = mW'_{x'} - 2m\omega v'_{y'} - m\omega^2 x';$$
$$F'_{y'} = mW'_{y'} + 2m\omega v'_{x'} - m\omega^2 y'; \qquad (6.13)$$
$$F'_{z'} = mW'_{z'}.$$

или в векторной записи закон движения принимает вид:

$$\vec{F}' = m\vec{W}' - m\omega^2\vec{r} - 2m[\vec{v}'\vec{\omega}], \qquad (6.14)$$

где $\vec{\omega}$ - вектор угловой скорости, направленный вдоль оси *0z'*, $[\vec{v}'\vec{\omega}]$-краткая запись так называемого векторного произведения, в нашем случае вращения вокруг оси *0z'* оно равно

$$[\vec{v}'\vec{\omega}] = \vec{i}\, v'_{y'}\omega_{z'} - \vec{j}\, v'_{x'}\omega_{z'}\,, \quad \omega_{z'} = \omega.$$

В частном случае, когда $F' = 0$, получаем:

$$\vec{W}' = \omega^2\vec{r} + 2[\vec{v}'\vec{\omega}]. \qquad (6.15)$$

Первое слагаемое носит название центробежного ускорения (оно направлено по радиусу от оси вращения). Во вращающейся СО центробежное ускорение отлично от нуля независимо от того, покоится или движется тело в этой НСО.

Иначе изменяется второе слагаемое, оно отлично от нуля во вращающейся СО только в том случае, если тело движется в этой СО, но не параллельно оси вращения (иначе векторное произведение =0, даже при $\vec{v}' \neq 0$ и $\vec{\omega} \neq 0$, т.к. $\sin(\vec{v}\vec{\omega}) = 0$). Эта составляющая ускорения *W'* получила название "кориолисово ускорение" в честь ученого, который ввел это ускорение.

Таким образом, во вращающейся СО "*L'* " ускорение создается совместным действием "ньютоновской", "центробежной" и "кориолисовой" сил:

$$\vec{F} + \vec{F}_{цб} + F_k = mW' \qquad (6.16)$$

Важно отметить, что все упомянутые силы пропорциональны массам тел, а потому они сообщают всем телам одно и то же ускорение. С нашей точки зрения, они подобны гравитационным силам, которые также сообщают всем телам одно и то же ускорение (конечно, в каждом случае свое), независимо от величин масс тел (мы знаем, что гравитационное поле сообщает постоянное ускорение только в том случае, если оно однородно и постоянно, или мы рассматриваем поле в малом объеме).

Полученный результат можно сформулировать так: во вращающейся СО возникают "гравитационные поля" двух типов, обусловленные вращением этой НСО. Эти "гравитационные поля" по-разному направлены и по-разному изменяются во вращающейся СО. "Центробежное гравитационное поле" направлено по радиусу вращения от оси вращения и возрастает с увеличением $\vec{r}$, это поле неоднородно. "Кориолисово гравитационное поле" действует только на движущиеся в НСО тела и определяется не положением в пространстве, а скоростью движения тела (и угловой скоростью вращения НСО), его направление зависит и от направления скорости движения тела $\vec{v}'$, и от направления вектора угловой скорости $\vec{\omega}$.

Мы рассмотрели проявление "гравитационных полей" при поступательном и вращательном движениях НСО, но любое сложное движение тела всегда можно представить в виде суперпозиции поступательного и вращательного движений. Поэтому произвольное движение НСО можно сопоставить с эквивалентными (в общем случае переменными) гравитационными полями.

В связи с этими рассуждениями принцип эквивалентности можно обобщить так:

описание физических явлений в произвольно движущейся СО при отсутствии гравитационного поля ЭКВИВАЛЕНТНО описанию их в ИСО, находящейся в некотором общем случае переменном и неоднородном гравитационном поле.

§7. Геометрия и гравитация

Повторим еще раз вывод, к которому мы пришли в предыдущем параграфе, установив эквивалентность состояний в ускоренно движущейся СО при отсутствии поля тяготения и в ИСО при наличии поля тяготения. В общем случае и ускоренное движение может быть произвольным, соответственно и гравитационное поле может быть сложной конфигурации.

Принцип эквивалентности утверждает: *описание явлений в произвольно движущейся СО эквивалентно описанию явлений в ИСО, находящейся в некотором гравитационном поле*.

Но что мы понимаем под словами “эквивалентное описание”?

В классической механике это означало, что законы механики одинаковы во всех ИСО. Другими словами, используя формулы преобразования координат и времени Галилея, убеждаемся, что 2-ой закон Ньютона инвариантен, т.е. имеет один и тот же вид во всех ИСО (это и означает, что законы механики одинаковы во всех ИСО).

Аналогично в специальной теории относительности во всех ИСО действуют одинаковые законы природы и их математическая запись одинакова во всех ИСО, при этом при переходе от одной ИСО к другой используются уже не формулы Галилея, а формулы преобразования координат и времени СТО - формулы Лоренца.

Следуя явно проявляющейся логике в приведенных рассуждениях, мы установим эквивалентность описаний в произвольно ускоренно движущейся СО (при отсутствии гравитационного поля) и в соответствующем (в общем случае неоднородном и непостоянном) гравитационном поле в ИСО, если найдем формулы преобразования координат и времени при переходе от первой СО ко второй. Если законы природы окажутся одинаковыми при использовании найденных формул преобразования координат и времени (т.е. формулы законов будут иметь один и тот же вид в результате проведенных преобразований), то говорят об инвариантности законов по отношению к этим формулам преобразования. Запишем предполагаемые формулы преобразования координат ($x=x_1$, $y=x_2$, $z=x_3$) и времени ($t=x_4$) в следующей неявной форме:

$$
\begin{aligned}
x_1&=f_1(x,y,z,t),\\
x_2&=f_2(x,y,z,t),\\
x_3&=f_3(x,y,z,t),\\
x_4&=f_4(x,y,z,t).
\end{aligned}
\qquad (7.1)
$$

Для полного решения задачи необходимо установить явный вид функций f_1, f_2, f_3, f_4. Однако мы изберем другой путь для достижения цели. Для этого познакомимся с некоторыми особенностями геометрии в разных координатных системах.

Декартова система координат на плоскости.

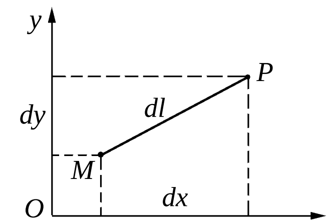

Рис.9.

Начнем с геометрии на плоскости. В декартовых координатах квадрат расстояния между двумя бесконечно близкими точками определяется по формуле

$$dl^2=dx^2+dy^2, \qquad (7.2)$$

т.е. квадрат дифференциала расстояния между двумя бесконечно близкими точками (рис.9) выражается в виде суммы квадратов дифференциалов координат dx и dy с *постоянными* коэффициентами, равными единице (обратим внимание на данное определение, т.к. оно будет определяющим для установления в последующем класса геометрии). Легко видеть, что другие координаты, например, полярные (рис.10) этим свойством не обладают:

Полярная система координат на плоскости

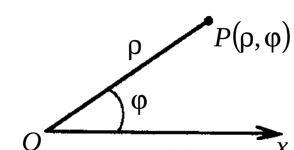

Рис. 10.

$$dl^2 = dr^2 + r^2 d\varphi^2 , \qquad (7.3)$$

где r - расстояние от начала координат до точки наблюдения $P(r,\varphi)$, φ - угол между направлением на избранную точку P и ранее выбранной оси $0x$. Коэффициент при втором слагаемом в (7.2) оказывается переменным.

Однако в случае геометрии на плоскости всегда можно перейти от полярных или других координат к декартовой системе координат и тем самым добиться, чтобы квадрат элемента длины dl^2 выражался в виде суммы квадратов дифференциалов координат с постоянными коэффициентами.

Глубокая причина этого утверждения заключается в том, что в случае геометрии на плоскости мы имеем дело с “плоским многообразием" (с "плоским" пространством), в котором справедливы законы геометрии Евклида (справедливо и обратное утверждение: если выполняются постулаты Евклида, то такое пространство является "плоским"). В частности, сумма углов любого треугольника на плоскости равна 180^0, и для любого прямоугольного треугольника справедлива теорема Пифагора.

Обратимся теперь к рассмотрению трехмерного пространства. В декартовых координатах квадрат расстояния между двумя близкими точками также выражается суммой квадратов дифференциалов координат *x, y, z* с постоянными коэффициентами, равными единице:

$$dl^2=dx^2+dy^2+dz^2. \qquad (7.4)$$

Этим свойством не обладают криволинейные координаты, например, цилиндрические или сферические (рис.11 и 12):

$$dl^2=dr^2+\rho^2 d\varphi^2+dz^2 \qquad (7.5)$$

и

$$dl^2=dr^2+r^2\sin^2\theta\, d\varphi^2+r^2 d\theta^2\,. \qquad (7.6)$$

Однако как и в случае геометрии на плоскости, мы всегда можем вернуться от криволинейных координат к декартовым и привести тем самым выражение dl^2 к сумме квадратов дифференциалов координат с единичными коэффициентами.

Ясно, что такая возможность обусловлена тем, что в рассматриваемом трехмерном пространстве (говорят о "многообразии") справедлива геометрия Евклида. Такое многообразие (пространство) принято называть "плоским" (по аналогии с двухмерным "плоским" евклидовым пространством). Этим эпитетом отмечается лишь то, что и в трехмерном пространстве справедлива геометрия Евклида.

Совершенно иное положение мы обнаруживаем в случае "кривых" пространств (многообразий), в которых законы геометрии Евклида *неверны*. В качестве иллюстрации такого "кривого" многообразия рассмотрим геометрию на *поверхности сферы*. То, что поверхность "кривая", не вызывает сомнения, она двухмерная, кратчайшее расстояние между точками на поверх-

ности сферы измеряется отрезком дуги большого круга, которая является аналогом прямой в "плоском" (евклидовом) пространстве.

На рис.13 показано, что в сферическом треугольнике, сторонами которого являются отрезки дуг большого круга, сумма углов не равна 180^0. Например, в сферическом треугольнике, образованном дугой экватора и двумя меридианами, сходящимися в полюсе под прямым углом друг к другу, сумма углов равна 270^0. Очевидно, что для "кривой" поверхности сферы теорема Пифагора, да и некоторые другие положения плоской геометрии непригодны. Так, квадрат расстояния между двумя бесконечно близкими точками равен:

$$dl^2=dr^2+r^2\sin^2\theta\, d\varphi^2+r^2 d\theta^2$$

и никаким преобразованием координат это выражение не свести к (7.4).

Геометрия, как наука о свойствах реального пространства, является в основе своей наукой опытной. Аксиомы и постулаты геометрии не являются изначальными истинами, врожденными представлениями человеческого разума, а являются обобщением многовекового опыта. Это понимал знаменитый российский математик начала XIXв. Н. Лобачевский, когда, построив первую в истории математики неевклидову геометрию, пы-

Цилиндрическая система координат в пространстве

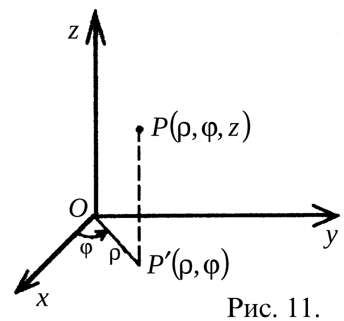

Рис. 11.

Сферическая система координат в пространстве

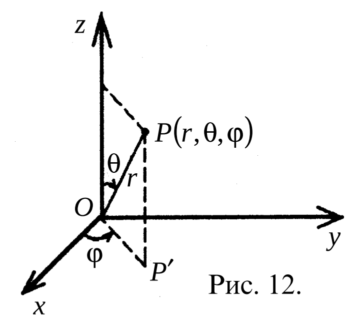

Рис. 12.

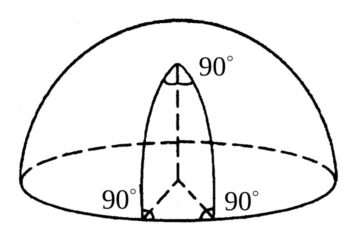

Рис. 13.

тался проверить опытным путем, равна ли сумма углов треугольника в его геометрии 180^0. К сожалению, опыты Лобачевского окончились неудачно, да они и не могли окончиться иначе, так как в околоземном пространстве отступления от геометрии Евклида слишком малы, чтобы могли быть обнаружены техникой (приборами) начала XIX в. Поэтому до создания А. Эйнштейном общей теории относительности не возникало серьезных сомнений во всеобщей справедливости законов геометрии Евклида. Тем более, что опыт геодезии, топографии, астрономии, архитектуры и т.д. свидетельствовал о “правильности” этой геометрии.

Для продолжения поиска “истинной” геометрии мира, вспомним, что уже в специальной теории относительности пространство и время объединяются в единое четырехмерное многообразие, в котором роль расстояния между двумя бесконечно близкими мировыми точками определяется дифференциалом интервала:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 . \qquad (7.7)$$

Из выражения (7.7) следует, что квадрат четырехмерного элементарного “расстояния” - интервала представляется в виде алгебраической суммы квадратов дифференциалов координат x,y,z с постоянными коэффициентами, равными единице, и квадрату дифференциала времени с коэффициентом, отличным от единицы и равным $(-c^2)$, где c - скорость света в вакууме. Выражение (7.7) инвариантно, т.е. имеет один и тот же вид и числовое значение, если для перевода от одной ИСО к другой ИСО воспользоваться формулами преобразования координат и времени Лоренца (см. §2,часть2). Но так как коэффициент у дифференциала времени отличен от единицы, хотя и постоянен, говорят, что геометрия четырехмерного пространства-времени в СТО уже не является евклидовой и ее обычно называют “псевдоевклидовой” (почти евклидовой).

Если вместо пространственных координат (декартовых координат x,y,z) ввести криволинейные (цилиндрические, сферические и др.) координаты, то изменится выражение пространственной части дифференциала интервала, но последнее

слагаемое в (7.7) по-прежнему будет входить с тем же коэффициентом $(-c^2)$.

Если же перейти к произвольной ускоренно движущейся СО, то правая сторона формулы (7.7) изменится существенно. Например, рассмотрим переход к СО, которая движется равномерно ускоренно вдоль оси $0x$.

В *нерелятивистском* случае формулы преобразования координат и времени запишутся так:

$$x = x' + OO' = x' + \frac{at^2}{2}; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t = t'.$$

Составим дифференциалы координат и времени:

$$dx = dx' + atdt; \quad dy = dy'; \quad dz = dz'; \quad dt = dt' .$$

Преобразуем правую сторону (7.7),используя эти приращения:

$$ds^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz^2 + 2a.t'dx'.dt' - (c^2 - a^2.t'^2)dt'^2 \qquad (7.8)$$

Рассмотрим теперь равномерно вращающуюся СО, формулы преобразования координат и времени при переходе к “неподвижной” СО от вращающейся имеют вид:

$$x = x'\cos\omega t' - y'\sin\omega t'; \quad y = y'\cos\omega t' + x'\sin\omega t'; \quad z = z'; \quad t = t' .$$

Как и в предыдущем случае, составляем дифференциалы координат и времени:

$$dx = dx'\cos\omega t' - dy'\sin\omega t' - \omega(x'\sin\omega t' + y'\cos\omega t').dt';$$

$$dy = dy'\cos\omega t' + dx'\sin\omega t' + \omega(x'\cos\omega t' - y'\sin\omega t').dt';$$

$$dz = dz'; \quad dt = dt'.$$

Преобразуем правую часть формулы (7.7),используя последние равенства; квадрат приращения интервала принимает вид:

$$ds^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 + [\omega^2(x'^2 + y'^2) - c^2]dt'^2 - 2\omega y'dx'dt' + 2\omega x'dy'dt' \qquad (7.9)$$

Таким образом, в ускоренно движущихся СО квадрат приращения интервала содержит не только квадраты дифференциалов координат и времени, но и произведения дифференциалов разных координат, причем коэффициенты этой квадратичной формы в общем случае являются переменными величинами, к тому же коэффициенты у членов, содержащих смешанные произведения дифференциалов координат и времени, никогда не могут равняться 1 или 0 (они же содержат линейное ускорение $\vec{a}$ или угловую скорость ω, и только при переходе к ИСО эти члены исчезают, но нас сейчас интересуют ускоренно движущиеся СО, для которых $\vec{a} \neq 0$ и $\omega \neq 0$).

Мы рассмотрели два частных случая движения ускоренно движущейся СО. Полученный результат естественно обобщается на произвольно движущиеся СО. Но для этого целесообразно ввести новые координаты, определяемые формулами (7.1).Тогда квадрат приращения интервала в общем случае с помощью переменных x_1, x_2, x_3, x_4 запишется так:

$$\begin{aligned} dS^2 = {} & g_{11}(x_1...x_4)\, dx_1^2 + g_{22}(x_1...x_4)\, dx_2^2 + g_{33}(x_1...x_4)\, dx_3^2 + \\ & + g_{44}(x_1...x_4)\, dx_4^2 + \\ & +2g_{12}(x_1...x_4)\, dx_1 dx_2 + 2g_{13}(x_1...x_4)\, dx_1 dx_3 + \\ & + 2g_{14}(x_1...x_4)\, dx_1 dx_4 + 2g_{23}(x_1...x_4)\, dx_2 dx_3 + \\ & +2g_{24}(x_1...x_4)\, dx_2 dx_4 + 2g_{34}(x_1...x_4)\, dx_3 dx_4 . \end{aligned} \qquad (7.10)$$

Полученные выше формулы (7.7), (7.8) и (7.9) являются частными случаями формулы (7.10). В более компактной форме выражение (7.10) запишется так:

$$dS^2 = \sum_{i,k=1}^{4} g_{ik}(x_1, x_2, x_3, x_4) \cdot dx_i dx_k . \qquad (7.11)$$

Совокупность величин g_{ik} образует так называемый метрический тензор, смысл этого названия будет раскрыт ниже. Обратим внимание на то, что коэффициенты g_{ik} симметричны, т.е., в силу равноценности индексов:

$$g_{ik}(x_1, x_2, x_3, x_4) = g_{ki}(x_1, x_2, x_3, x_4), \qquad (7.12)$$

и поэтому существует лишь 10 различных компонент g_{ik}:

$$g_{11},\ g_{22},\ g_{33},\ g_{44},\ g_{12},\ g_{13},\ g_{14},\ g_{23},\ g_{24},\ g_{34}.$$

При переходе от одной СО к другой компоненты метрического тензора g_{ik} естественно будут изменяться, но квадрат приращения интервала dS^2 будет оставаться неизменным в силу его инвариантности.

Повторим некоторые чрезвычайно важные положения, о которых мы уже говорили ранее. В отсутствии истинного гравитационного поля мы всегда можем перейти от неинерциальных координат x_1, x_2, x_3, x_4 (например, от

вращающейся или равномерно ускоренно движущейся СО) к координатам ИСО. При таком переходе мы “освобождаемся” от инерционных гравитационных сил, как-то центробежных сил или сил Кориолиса во вращающейся СО, или сил инерции в равноускоренно движущейся СО. При этом выражение для квадрата приращения интервала dS^2 вновь примет вид (7.7), отличными от нуля будут лишь следующие компоненты метрического тензора: $g_{11}=g_{22}=g_{33}=1$, $g_{44}=-c^2$, значения которых обычно называются “галилеевыми”, остальные же компоненты с несовпадающими индексами окажутся равными нулю. Таким образом, *в отсутствии истинного гравитационного поля геометрия пространства-времени является псевдоевклидовой, геометрией Минковского.*

Совершенно иная ситуация возникает в том случае, когда имеется истинное гравитационное поле. В этом случае никакое преобразование координат x_1, x_2, x_3, x_4 не приводит выражение (7.11) к “галилееву” виду и компоненты метрического тензора к “галилеевым” значениям (вспомним, о чем говорилось при рассмотрении геометрии поверхности сферы). Математически это следует из того, что в общем случае невозможно удовлетворить шести уравнениям:

$$g_{12}(x_1,x_2,x_3,x_4)=0\ ;\quad g_{23}(x_1,x_2,x_3,x_4)=0\ ;$$
$$g_{13}(x_1,x_2,x_3,x_4)=0\ ;\quad g_{24}(x_1,x_2,x_3,x_4)=0\ ;$$
$$g_{14}(x_1,x_2,x_3,x_4)=0\ ;\quad g_{34}(x_1,x_2,x_3,x_4)=0\ ;$$

путем преобразования четырех параметров x_1, x_2, x_3, x_4 (речь идет о тех компонентах, которые должны отсутствовать в (7.11)).

С физической точки зрения это следует из отличия между истинными и инерционными гравитационными полями: первые исчезают на больших расстояниях от источников этих полей, вторые же или остаются постоянными (при равноускоренном движении СО), или нарастают с удалением от оси вращения (об этом мы говорили в §6). Поэтому “уничтожить” гравитационное поле во всем пространстве никаким выбором СО невозможно. Поэтому только в малых областях пространства истинные гравитационные поля физически неотличимы от инерционных гравитационных полей (читатель должен был обратить внимание, что мы постоянно рассматриваем приращение квадрата интервала для бесконечно близких двух точек). Вот почему ранее мы неоднократно говорили о том, что принцип эквивалентности справедлив лишь в малом объеме, где можно пренебречь неоднородностью гравитационного поля.

Проследим некоторую закономерность в физических теориях, в основе которых лежат представления о свойствах пространства и времени.

В ньютоновской физике пространство и время рассматривались как вместилище вещей и событий, их независимые ни от чего длительности (ни от массы тел, ни от состояния этих тел), метрика пространства была евклидовой, “плоской”.

В специальной теории относительности метрика единого, четырехмерного пространства-времени зависит от состояния тел, но влияние гравитационного поля не учитывается, взаимосвязь пространства со временем проявляется в том, что геометрия мира уже не является евклидовой, хотя и по - прежнему “плоской”. В силу того, что квадрат приращения четырехмерного “расстояния” - интервала содержит член ($-c^2dt^2$) с коэффициентом, отличным от единицы (как у других слагаемых интервала), геометрия пространства-времени называется “псевдоевклидовой”.

В ОТО мы установили, что геометрические свойства также четырехмерного (как в СТО) пространства-времени определяются плотностью материи (и вещественных тел и полей), создающей гравитационные поля, метрика пространства-времени является неэвклидовой (то, что и ход часов зависит от распределения материи, проявляется в том, что в выражении для приращения квадрата интервала у квадрата dx_4, коэффициент g_{44} сложным образом определяется всеми переменными x_1, x_2, x_3, x_4. Это означает, что ход времени неодинаков в разных точках мира). Если метрику пространства и времени классической физики мы назвали “плоской”, то про метрику ОТО говорят, что она обладает “кривизной”. Чтобы “представить” себе эту кривизну,

воспользуемся следующей аналогией. Уменьшим число измерений пространства, как и раньше, когда мы рассматривали особенность геометрии сферы, ограничимся двухмерным пространством. Пусть на горизонтально расположенный обруч натягивается тонкая резиновая пленка. Нарисуем на верхней поверхности пленки сетку с квадратными ячейками - декартову сетку координат. На поверхности пленки справедлива геометрия Евклида: сумма углов треугольника равна 180^0, справедлива теорема Пифагора и другие законы “плоской” геометрии. Если вдоль поверхности пленки запустить очень легкий шарик, то (если пренебречь трением) он будет двигаться равномерно и прямолинейно, будут выполняться все законы классической механики. Поместим теперь на середину пленки достаточно тяжелый шар. Благодаря весу шара поверхность пленки деформируется и у нас возникнет искривленная двухмерная поверхность - кривое двухмерное многообразие. На ней законы геометрии Евклида уже не выполняются, и шарик, пущенный на искривленную пленку, будет скатываться (“притягиваться”) к тяжелому шару. *Если движение легкого шарика вокруг тяжелого толковать как “тяготение” между этими двумя телами, то мы тотчас же обнаруживаем взаимосвязь между тяготением и кривизной пространства.* Конечно, представить себе “кривизну” трехмерного пространства, а тем более четырехмерного пространства-времени, невозможно. Поэтому приведенная аналогия лишь помогает нам обнаружить связь между кривизной пространства-времени и тяготением.

Итак, из предыдущего повествования можно сделать следующий вывод: поскольку гравитационное взаимодействие и изменение законов геометрии (отклонение их от евклидовых) возникает одновременно (совместно), компоненты метрического тензора g_{ik}, определяющие в общем случае квадрат приращения интервала (см.7.11), имеют двоякий физический смысл: они характеризуют законы геометрии (метрику) четырехмерного многообразия (четырехмерного пространства-времени), именно с этим связано название тензора - метрический тензор. С другой стороны, они связаны с гравитационным полем, с его интенсивностью (если гравитационное поле слабое - ньютоновское, то формула (7.11) переходит в (7.7)), поэтому величины g_{ik} нередко называют "гравитационными потенциалами". В теории гравитационного поля А. Эйнштейна величины g_{ik} играют такую же роль, как векторный и скалярный потенциалы $\vec{A}$ и φ в теории электромагнитного поля (см. Часть 1, §16). Потенциалы g_{ik} удовлетворяют дифференциальным уравнениям такого же типа, что и величины $\vec{A}$ и φ. В вакууме эти уравнения являются волновыми, из чего следует, что гравитационные действия передаются в пространстве-времени не мгновенно (как это считалось в ньютоновской механике), а с конечной скоростью, со скоростью света в вакууме. До сих пор все попытки обнаружить гравитационные волны не дали положительного результата (см. книгу Брагинского В.Б. и Полнарева А.Г. "Удивительная гравитация", Б-ка "Квант", выпуск 39,1985г.).

Данный параграф является центральным для построения ОТО, поэтому имеет смысл подвести итог полученным выше важным выводам, выразив их несколько иным образом.

Итак, мы знаем теперь, в чем принципиальное отличие СТО и ОТО: в СТО устанавливается инвариантность законов природы во всех ИСО, неизменность формул этих законов при переходе от одной ИСО к другой ИСО при помощи формул преобразования координат и времени Лоренца. Но при этом считается, что гравитационного поля нет, благодаря чему пространство обладает однородностью (все его точки равноценны) и изотропностью (все направления в пространстве равноправны) и время течет равномерно, оно однородно (все его моменты равноценны). В СТО устанавливается взаимосвязь пространства и времени (что выражено в формулах Лоренца (см. Часть 2, §2, формула (2.1)), поэтому вводится единое пространственно -временное многообразие - ***пространство-время***, заданием четырех координат x_1, x_2, x_3, x_4 однозначно определяют положение события (мировой точки) в четырехмерном

пространстве-времени. Физико-геометрические свойства четырехмерного многообразия пространства-времени в СТО содержатся в свойствах пространственно-временного интервала, приращение которого (его значение для двух бесконечно близких мировых точек) имеет вид (2.5)

$$dS^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - dx_4^2, \quad \text{где } x_4 = c.t \qquad (7.15)$$

Интервал (и его приращение) является абсолютной, инвариантной величиной относительно формул преобразования Лоренца.

ОТО - это следующий после СТО этап познания свойств пространства, времени и движения. В физическую картину мира включаются силы гравитации, обнаруживается эквивалентность описания физических процессов при наличии поля тяготения в ИСО и в отсутствии этого поля в НСО. Однако, эта эквивалентность носит локальный, местный характер, т.е. проявляется в небольшом геометрическом пространстве, в котором гравитационное поле можно считать постоянным и однородным. В общем случае переход от одной СО к другой производится с помощью более сложных формул, частными случаями которых являются формулы Галилея и Лоренца. Выше эти формулы были записаны в неявном виде - (7.1).

Как и в СТО, общей идеей является требование инвариантности физических законов при проведении преобраэований (7.1). Геометрические свойства пространства-времени выражаются через свойства обобщенного интервала, приращение которого дается формулой (7.11):

$$dS^2 = \sum_{\alpha,\beta} g_{\alpha,\beta} \cdot dx_\alpha dx_\beta \,, \qquad (7.11)$$

где $g_{ab} = g_{ab}\ (x_1, x_2, x_3, x_4)$ - некоторые функции координат точки пространства и момента времени, $\alpha, \beta = 1,2,3,4$ *(здесь изменены буквы индексов, что не существенно)*.

Придавая индексам α и β значения от 1 до 4, получим совокупность 16 величин, которые можно расположить в прямоугольную таблицу по строкам и столбцам, в нашем случае эта прямоугольная таблица будет квадратной:

$$g_{\alpha,\beta}=\begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{vmatrix}. \qquad (7.16)$$

Таблица (7.16), составленная из метрических коэффициентов $g_{\alpha\beta}$, носит название метрического тензора 2-го ранга (по числу индексов у каждого элемента таблицы). Так как индексы равноценны, принимают одни и те же значения от 1 до 4, то тензор оказывается симметричным. Это означает, что метрический коэффициент $g_{\alpha\beta}$ совпадает с метрическим коэффициентом $g_{\beta\alpha}$:

$$g_{\alpha\beta}=g_{\beta\alpha}.$$

Поэтому различными могут быть коэффициенты, расположенные на главной диагонали (таких коэффициентов у нас четыре), остальные же коэффициенты попарно равны(таких коэффициентов в нашей таблице шесть). Таким образом, наша матрица в общем случае содержит лишь 10 различных коэффициентов.

В качестве примера "работы" с матрицей (7.16) составим метрический тензор для интервала СТО вида (7.15):

$$g_{\alpha,\beta}=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}. \qquad (7.17)$$

Такой вид метрического тензора в СТО отражает не только однородность и изотропность пространства (коэффициенты $g_{11}=g_{22}=g_{23}=1$). Так как коэффициент $g_{44}=-1$, то это указывает на то, что время хотя и однородно (его любой момент можно взять за начало отсчета), но отличается от свойств пространства (в пространстве можно перемещаться в любом направлении, время же течет от прошлого к будущему).

Рассмотрим более сложный случай нахождения компонент метрического тензора. Пусть имеются две СО, одна инерциальная СО "L", вторая - "L'" вращается вокруг общей оси $0z$ ($0'z'$) с угловой скоростью ω. Таким образом, СО "L'" является неинерциальной. В ИСО "L" воспользуемся цилиндрическими координатами: $x_1=r$, $x_2=\varphi$, $x_3=z$, $x_4=ct$. В ИСО "L" квадрат приращения интервала запишется так:

$$dS^2=dr^2+r^2d\varphi^2+dz^2-c^2dt^2. \qquad (7.18)$$

Определим коэффициенты $g_{\alpha\beta}$ затем составим метрический тензор:

$$g_{11}=1;\quad g_{22}=r^2;\quad g_{33}=1;\quad g_{44}=-1;\quad g_{\alpha\beta}=0 \text{ при } \alpha\neq\beta,$$

а сам тензор представим в виде таблицы:

$$g_{\alpha,\beta}=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \qquad (7.19)$$

Формулами перехода от СО "L" к СО "L'" будут равенства (нерелятивистский случай):

$$r=r',\quad \varphi=\varphi'+\omega t',\quad z=z',\quad ct=ct'$$

Подставляя эти формулы в выражение для интервала (7.18), получаем выражение для квадрата приращения интервала в НСО "L'":

$$dS^2=dr'^2+r'^2d\varphi'^2+dz'^2+2\frac{\omega r'^2}{c}d\varphi' d(ct')-\left(c^2-\omega^2r'^2\right)dt'^2. \qquad (7.20)$$

Сопоставляя это выражение с формулой (7.11) или (7.16), определяем коэффициенты метрического тензора в НСО "L'":

$$g_{11}=1,\quad g_{22}=r'^2,\quad g_{33}=1,\quad g_{44}=-\left(1-\frac{\omega^2r'^2}{c^2}\right),$$

$$g_{24}=g_{42}=\frac{\omega\, r'^2}{c}.$$

Таблица метрического тензора запишется так:

$$g_{\alpha,\beta}=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r'^2 & 0 & \dfrac{\omega r'^2}{c} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \dfrac{\omega r'^2}{c} & 0 & -\left(1-\dfrac{\omega^2 r'^2}{c^2}\right) \end{vmatrix}. \qquad (7.22)$$

Никакими преобразованиями координат вид этого тензора не свести к “галилеевскому”(7.17) (это утверждение имеет строгое доказательство, но мы его не будем рассматривать).

Из предыдущих рассуждений следует, что наличие в СО истинного или “инерционного” гравитационного поля математически проявляется в метрике пространства-времени, в свойствах метрического тензора. Знание функций $g_{\alpha\beta}\,(x_1, x_2, x_3, x_4)$ позволяет определить все параметры поля, решить все задачи о движении тел в гравитационном поле. Поэтому нахождение функций $g_{\alpha\beta}$ является важной задачей теории. В начале очерка мы обратили внимание, что нас не будут интересовать функции (7.1), что мы изберем другой путь решения задачи о связи гравитации и геометрии. **Величины $g_{\alpha\beta}$ связаны с распределением и движением материи в пространстве и времени, их мы и будем находить.**

Таким образом, с одной стороны, гравитация сводится к геометрическим свойствам пространства-времени, с другой - свойства пространства-времени определяются физическими явлениями и материальными объектами (как вещественными, так и полевыми).

§8. Длина и длительность в ОТО

Рассмотрим этот вопрос сначала качественно. Пусть имеется НСО “L’”, равномерно вращающаяся относительно ИСО вокруг общей оси $0z$ ($O'z'$). Расположим в плоскости xOy окружность с

центром на оси вращения. В евклидовой геометрии отношение длины этой окружности $2\pi r$ к ее диаметру $2r$ равно π. Но с точки зрения наблюдателя, находящегося в НСО “L' ”, окружность будет вращаться, и все элементы ее длины будут иметь протяженность в $\left(1-v^2/c^2\right)^{1/2}$ раз меньше, чем в ИСО “L” (v - линейная скорость вращения точек окружности в НСО “L’”). Следовательно, отношение длины окружности к диаметру, который расположен перпендикулярно к направлению скорости, и его размеры, естественно, неизменны для наблюдателя в НСО “L' ”, будет отличаться от π. Мы снова убеждаемся, что геометрические соотношения в НСО оказываются неевклидовыми. А так как НСО эквивалентна некоторому гравитационному полю, то можно утверждать что геометрия (метрика) в гравитационном поле неэвклидова.

Теперь убедимся, что и ритм часов в НСО (и соответственно в эквивалентном гравитационном поле) отличен от ритма часов в ИСО в отсутствии гравитационного поля).

Расположим одни часы неподвижно на оси $0'z'$, а другие тождественные часы на окружности в плоскости $x0y$, вращавшейся относительно наблюдателя в НСО “L'”с линейной скоростью v. Но движущиеся часы (с точки зрения неподвижного наблюдателя) идут медленнее неподвижных в $\left(1-v^2/c^2\right)^{1/2}$ раз. Это является строгим выводом СТО и имеет экспериментальное подтверждение. Таким образом, и свойства времени изменяются при переходе к НСО. А так как НСО может быть заменена ИСО в некотором эквивалентном гравитационном поле, то полученный результат можно сформулировать следующим образом: в гравитационном поле ход часов замедляется по сравнению с их ходом в отсутствии гравитационного поля в некоторой ИСО.

Отметим при этом принципиальное различие относительности временных промежутков в СТО и ОТО. В СТО эта относительность носила кинематический характер, в ОТО в результате действия гравитационного поля, изменения метрики пространства-времени, замедление хода часов – реальный процесс. Часы в ИСО и в НСО находятся в разных физических условиях: в СТО не учитывается влияние гравитационного поля (именно поэтому пространство однородно и изотропно, а время однородно), в ОТО именно из-за гравитационного поля происходит изменение метрики пространства – времени, оно становится неевклидовым, ход часов в гравитационном поле замедляется по сравнению с их ходом в отсутствии гравитационного поля.

Теперь придадим предыдущим рассуждениям и выводам математическое выражение. Как и в СТО, в ОТО вводится понятие собственного времени в данной точке пространства. Для его измерения в каждой точке пространства помещаются физически эквивалентные часы. Время, измеренное по таким часам, и есть собственное время в данной точке четырехмерного многообразия. Обозначим бесконечно малый промежуток собственного времени через dt. Используя общее выражение для интервала (2.5):

$$dS^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2$$

и учитывая, что измерения производятся в одной точке, т.е. $dx=dy=dz=0$, а в этом случае $dt=d\tau$, получаем для интервала собственного времени соотношение

$$dS^2 = -c^2d\tau^2. \qquad (8.1)$$

Для нахождения связи собственного времени τ с лабораторным временем t воспользуемся полным выражением для квадрата интервала двух бесконечно близких событий (7.11):

$$dS^2 = \sum_{\alpha,\beta} g_{\alpha,\beta} dx_\alpha dx_\beta. \qquad (7.11)$$

Учитывая, что $dx_1=dx_2=dx_3=0$, получаем:

$$dS^2 = g_{44}dx_4^2 = -c^2d\tau^2,$$

откуда

$$d\tau^2 = -\frac{g_{44}dx_4^2}{c^2}$$

или

$$d\tau = \frac{(-g_{44})^{1/2}dx_4}{c}. \qquad (8.2)$$

Для конечных промежутков времени

$$\tau = \frac{1}{c}\int(-g_{44})^{1/2}dx_{44}. \qquad (8.3)$$

Если g_{44} является функцией координат x_1, x_2, x_3, то собственное время τ в разных точках пространства течет по-разному; если же g_{44} зависит и от времени x_4, то изменяется и темп собственного времени в данной точке пространства.

В самом простом случае при постоянном гравитационном поле синхронизацию часов можно производить локационным методом, время x_4 обычно называется мировым временем.

Обратимся теперь к измерению расстояния между двумя мировыми точками. Снова воспользуемся локационным методом, в котором предполагается постоянство скорости света (электромагнитных волн) в любом направлении. Рассмотрим следующий мысленный эксперимент. Пусть из мировой точки В в бесконечно близкую точку А направляется свет, испытав отражение, он возвращается в точку В. На весь процесс потребовалось время (по часам в точке В) $d\tau$. Тогда расстояние между точками В и А можно определить по формуле:

$$dl = c\frac{d\tau}{2}. \qquad (8.4)$$

Для дальнейших рассуждений восстановим подобную операцию в специальной теории относительности .Светоподобный интервал между событиями (отправка светового сигнала в точку А из точки В и возвращение его в точку В) равен нулю: т.е. $dS^2=0$, откуда

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 - dx_4^2 = 0$$

или

$$dx_4 = \pm\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \qquad (8.5)$$

Для определения времени $d\tau$, прошедшего в точке В между отправкой и возвращением сигнала, запишем и сравним между собой временные координаты отправки и возвращения светового сигнала. Отправка сигнала произошла в момент времени (x_4-dx_4), соответственно возвращение сигнала произошло в момент времени (x_4+dx_4), время движения сигнала $2dx_4$.

Отсюда, с учетом значения $g_{44}=-1$ (т.к мы приняли в данной задаче, что $x_4=ct$), формула (8.2) запишется так:

$$d\tau=\frac{2|dx_4|}{c}=\frac{2}{c}\left(dx^2+dy^2+dz^2\right)^{1/2}$$

Подставляя это в формулу (8.4), получаем выражение, определяющее расстояние между двумя бесконечно близкими точками:

$$dl=c\frac{d\tau}{2}=\frac{c}{2}\cdot\frac{2}{c}\sqrt{dx^2+dy^2+dz^2}=\sqrt{dx^2+dy^2+dz^2},$$

что и следовало ожидать для "плоских " евклидовой и псевдоевклидовой геометрий.

Проведем аналогичные рассуждения и для случая неевклидовой геометрии, где метрика задается формулой (7.11):

$$dS^2=\sum g_{\alpha,\beta}dx_\alpha\cdot dx_\beta,\ \text{где}\ \alpha,\ \beta=1,2,3,4. \qquad (7.11)$$

Как и в задаче, рассмотренной выше, воспользуемся процессом распространения светового сигнала между точками B и A. В этом случае интервал для процесса распространения света также является светоподобным, т.е $dS^2=0$. Запишем его подробно:

$$dS^2=0=g_{11}dx_1^2+g_{22}dx_2^2+g_{33}dx_3^2+g_{44}dx_4^2+2g_{12}dx_1.dx_2+$$
$$2g_{13}dx_1dx_3+2g_{14}dx_1dx_4+2g_{23}dx_2dx_3++2g_{24}dx_2dx_4+2g_{34}dx_3dx_4.$$

Более компактно это выражение можно записать так:

$$g_{44}dx_4^2+2g_{i4}dx_idx_4+g_{ik}dx_i.dx_k=0, \qquad (8.6)$$

где $i,k=1,2,3$.

При составлении этого уравнения мы опустили знак суммирования , что часто практикуется в физической научной литературе, при этом руководствуются следующим правилом: если сомножители имеют повторяющиеся индексы, то по ним ведется суммирование. Выражение (8.6) записано согласно этому правилу. Выражение (8.6) по форме является квадратным уравнением относительно величины dx_4. Его решение запишется так:

$$dx_4=\frac{1}{g_{44}}\left[-g_{4i}dx_i+\left((g_{4i}g_{4k}-g_{ik}g_{44})dx_idx_k\right)^{1/2}\right] \qquad (8.7)$$

где использовано легко проверяемое тождество

$$(-g_{i4}dx_i)^2=(-g_{i4}dx_i)(-g_{k4}dx_k)=g_{i4}g_{k4}dx_idx_k.$$

Кроме того, перед квадратным корнем взят только знак (+), т.к. $dx_4>0$.

Прежде чем перейти к собственному времени по формуле (8.2), учтем, что в этом выражении стоит суммарная величина , учитывающая движение светового луча от B к A и его возвращение снова к B. Поэтому у dx'_4 поставим знак штриха. Но при удвоении величины dx'_4 (время движения "туда" и "обратно") необходимо учесть, что в первой части пути светового луча $dx_i>0$ (направление от точки B к точке A считается положительным на оси $0x$), во второй части пути (возвращение к точке A) - $dx_i<0$. Поэтому складывая выражение (8.7) для нахождения полного времени движения луча, получаем:

$$dx'_4=\frac{2}{g_{44}}\left|(g_{4i}g_{4k}-g_{ik}g_{44})dx_idx_k\right|^{1/2}. \qquad (8.8)$$

Итак,

$$d\tau=\frac{2}{c(-g_{44})^{1/2}}\left[(g_{4i}g_{4k}-g_{ik}g_{44})dx_idx_k\right]^{1/2} \qquad (8.9)$$

Таким образом, элемент длины можно рассчитать по формуле:

$$dl=\frac{1}{(-g_{44})^{1/2}}\left[(g_{4i}g_{4k}-g_{ik}g_{44})dx_idx_k\right]^{1/2} \qquad (8.10)$$

Обычно используется не величина dl, а dl^2, поэтому возведем во вторую степень выражение (8.10):

$$dl^2=\left(g_{ik}-\frac{g_{i4}g_{k4}}{g_{44}}\right)dx_idx_k. \qquad (8.11)$$

Мы получили пространственную часть квадрата интервала dS^2, ее так и называют пространственным интервалом. Роль пространственного метрического тензора играет величина

$$\gamma_{ik}=g_{ik}-\frac{g_{i4}g_{k4}}{g_{44}}. \qquad (8.12)$$

Поэтому формуле (8.11) можно придать следующий вид, используя (8.12):

$$dl = \left(\gamma_{ik} dx_i dx_k\right)^{1/2} \tag{8.13}$$

Если можно ввести единое время, т.е. величина γ_{ik} не будет зависеть от времени, то формула (8.13) позволяет определить расстояние между двумя бесконечно близкими точками.

§9. Нахождение компонент метрического тензора

В §7 мы установили, что отличие геометрии пространств – времени от Евклидовой можно определить не только путем нахождения формул преобразования для перехода от одной СО к другой, но и путем нахождения компонент метрического тензора. Отличие их от галилеевых значений (1, 1, 1, -1) покажет не евклидовость геометрии в рассматриваемой задаче. В данном параграфе мы покажем, как можно определить компоненты метрического тензора.

Выразим энергию материальной точки через элемент интервала. Сначала сделаем это в рамках специальной теории относительности, т.е. в отсутствии гравитационного поля. Ограничимся малыми скоростями, что существенно упростит решение поставленной задачи.

Воспользуемся формулой для энергии свободно движущейся материальной точки:

$$E = \frac{mc^2}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{1/2}} = \frac{mc^2}{\left(1 - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{c^2 dt^2}\right)^{1/2}}. \tag{9.1}$$

Проведя элементарные преобразования (привести к общему знаменателю под знаком корня, вынести из-под корня *cdt*, поменять члены местами, ввести обозначение для мнимой единицы), формуле (9.1) можно придать иной вид:

$$E = mc^3 \frac{dt}{i\left(dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2\right)^{1/2}}. \tag{9.2}$$

Рассматривая dx ,dy, dz, dt как независимые переменные,

нетрудно убедиться в справедливости тождества:

$$\frac{-c^2 dt}{\left(dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2\right)^{1/2}} = \frac{\partial}{\partial(dt)}\left(dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2\right)^{1/2} = \\ = \frac{\partial(dS)}{\partial(dt)}, \tag{9.3}$$

где учтено, что $dS^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2$. Используя тождество (9.3), формулу (9.2) можно записать так:

$$E = -\frac{mc}{i}\frac{\partial(dS)}{\partial(dt)} \tag{9.4}$$

В гравитационном поле выражение для элемента интервала обобщено формулой (7.11):

$$dS = \left(\sum_{\alpha,\beta=1}^{4} g_{\alpha,\beta} dx_\alpha dx_\beta\right)^{1/2} \tag{9.5}$$

Далее для удобства будем обозначать через $x_1=x$, $x_2=y$, $x_3=z$, $x_4=t$. Предполагая, что формула (9.4) с учетом (9.5) справедлива и при наличии гравитационного поля (что впоследствии оправдывается получающимися следствиями), получим для вычисления энергии следующее выражение:

$$E = -\frac{mc}{i}\cdot\frac{\partial}{\partial(dx_4)}\left(\sum_{\alpha,\beta=1}^{4} g_{\alpha,\beta} dx_\alpha dx_\beta\right)^{1/2} = -\frac{mc}{i}\frac{\partial}{\partial(dx_4)}(g_{11}dx_1^2 + \\ + g_{22}dx_2^2 + g_{33}dx_3^2 + g_{44}dx_4^2 + 2g_{12}dx_1dx_2 + 2g_{13}dx_1dx_3 + +2g_{14}dx_1dx_4 \\ ++ 2g_{23}dx_2dx_3 + \\ + 2g_{24}dx_2dx_4 + 2g_{34}dx_3dx_4)^{1/2} \quad . \tag{9.6}$$

Выполняя дифференцирование, получим:

$$E = -\frac{mc}{i}\frac{g_{44}dx_4 + g_{34}dx_3 + g_{24}dx_2 + g_{14}dx_1}{\left(\sum_{\alpha,\beta=1}^{4} g_{\alpha,\beta} dx_\alpha dx_\beta\right)^{1/2}} \quad . \tag{9.7}$$

В том случае, когда гравитационное поле достаточно слабое, компоненты метрического тензора должны мало отличаться от своих “галилеевых” значений (1,1,1,-c^2) и можно считать, что

$$g_{11}=g_{22}=g_{33}=1+p;\quad g_{44}=-c^2(1+q);\; g_{\alpha,\beta}=r_{\alpha,\beta},$$

причем $\alpha \neq \beta$, а $p, q, r_{\alpha\beta}$ малы по сравнению с единицей. Тогда выражение для энергии примет вид (детальный вывод этого соотношения дан в Приложении 1.):

$$E = mc^2\left(1+q-r_{34}\frac{u_z}{c^2}-r_{24}\frac{u_y}{c^2}-r_{14}\frac{u_x}{c^2}\right)$$

$$\left(\begin{aligned}&1+q-\frac{u^2}{c^2}(1+p)-2r_{12}\frac{u_xu_y}{c^2}-2r_{13}\frac{u_xu_z}{c^2}-2r_{23}\frac{u_yu_z}{c^2}-2r_{14}\frac{u_x}{c^2}-\\&-2r_{24}\frac{u_y}{c^2}-2r_{34}\frac{u_z}{c^2}\end{aligned}\right)^{-1/2}, \qquad (9.8)$$

где использованы обозначения

$$\frac{dx_1}{dt}=u_x,\ \frac{dx_2}{dt}=u_y,\ \frac{dx_3}{dt}=u_z.$$

Учитывая условие рассматриваемой задачи (слабость гравитационного поля), пренебрежем членами второго порядка малости по сравнению с q и $\frac{u^2}{c^2}$ (т.е. отбросим члены, содержащие p и $r_{\alpha\beta}$). Тогда формула (9.8) существенно упрощается и записывается так:

$$\begin{aligned}E &= mc^2\frac{(1+q)}{\left(1+q-\frac{u^2}{c^2}\right)^{1/2}} \approx mc^2(1+q)\left(1-\frac{q}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{u^2}{c^2}\right)=\\&= mc^2+\frac{mu^2}{2}+\frac{1}{2}\cdot qmc^2.\end{aligned} \qquad (9.9)$$

Сравнивая формулу (9.9) с выражением для энергии

нерелятивистской частицы в ньютоновом гравитационном поле (с добавлением энергии покоя):

$$E = mc^2+\frac{mu^2}{2}+m\varphi, \qquad (9.10)$$

где φ - так называемый гравитационный потенциал - потенциальная энергия тела единичной массы в поле тяготения тела массы M:

$$\varphi = -\frac{GM}{r},$$

получим равенство:

$$mc^2+\frac{mu^2}{2}+\frac{qmc^2}{2}=mc^2+\frac{mu^2}{2}+m\varphi.$$

Из сравнения подобных членов слева и справа в этом равенстве получаем: $q=\frac{2\varphi}{c^2}$.

Это позволяет тотчас же получить значение для g_{44}:

$$g_{44}=-c^2\left(1+\frac{2\varphi}{c^2}\right)=-c^2-2\varphi. \qquad (9.11)$$

Таким образом, оказалось, что g_{44} отлично от галилеевского значения, следовательно, это дает нам право утверждать, что четырехмерное пространство-время в нашей задаче оказалось неевклидовым.

В рассматриваемом приближении, если события, связанные интервалом dS, происходят в одной точке ($dx=dy=dz=0$), то квадрат интервала dS запишется так:

$$dS^2=-(c^2+2\varphi)dt^2. \qquad (9.12)$$

С другой стороны, dS^2 связано с собственным временем $d\tau$ соотношением:

$$dS^2=-c^2d\tau^2. \qquad (9.13)$$

Сравнивая правые стороны выражений (9.12) и (9.13), получаем чрезвычайно важный вывод о темпе собственного времени в гравитационном поле:

$$d\tau = dt\left(1+\frac{2\varphi}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}. \qquad (9.14)$$

Из формулы (9.14) следует, что собственное время течет тем медленнее, чем больше абсолютная величина гравитационного потенциала ($\varphi < 0!$), т.е. чем сильнее в данной точке гравитационное поле. Замедление темпа хода времени в гравитационном поле обнаружено экспериментально: в спектрах Солнца и звезд обнаружено смещение спектральных линий в сторону низких частот относительно тех же линий, полученных в земных условиях, где модуль гравитационного потенциала меньше, чем на Солнце или звездах. Это явление получило название красного смещения спектральных линий (читатель не должен путать это смещение спектральных линий с тем, которое обусловлено движением источника излучения; последнее явление называется доплеровским смещением, в специальной теории относительности так называемый поперечный эффект Доплера явился экспериментальным подтверждением относительности временных промежутков). В отличие от относительности временных промежутков, которое устанавливает СТО, изменение хода времени в гравитационном поле носит абсолютный характер, т.е. не зависит от выбора системы отсчета (как в СТО). Мы вернемся к этому эффекту ОТО, объясняя так называемый "парадокс близнецов".

Так как при рассмотрении спектральных линий за основную характеристику принимают частоту колебаний, определяющих данную линию в спектре, то преобразуем формулу (9.14), перейдя к частоте. В интегральном виде формула запишется так:

$$\tau = t\left(1+\frac{2\varphi}{c^2}\right)^{1/2} \approx t\left(1+\frac{\varphi}{c^2}\right). \qquad (9.15)$$

Так как частота колебаний обратно пропорциональна периоду колебаний, то для соотношения частот получаем:

$$\omega = \frac{\omega_0}{1+\frac{\varphi}{c^2}} \approx \omega_0\left(1-\frac{\varphi}{c^2}\right), \quad \varphi < 0, \qquad (9.16)$$

где ω_0 - частота световых колебаний в отсутствии гравитационного поля. Из формулы (9.16) следует, что частота колебаний световых волн увеличивается при возрастании абсолютной величины гравитационного поля.

Для примера рассмотрим изменение частоты световых волн, испущенных звездой, при измерении земным наблюдателем (приборами, находящимися на Земле). В нерелятивистском приближении гравитационный потенциал звезды на расстоянии до Земли равен:

$$\varphi = \frac{\Pi}{m} = -\frac{\frac{GmM}{R}}{m} = -\frac{GM}{R}.$$

Подставляя значение φ в формулу (9.16), получаем:

$$\omega = \omega_0\left(1+\frac{GM}{Rc^2}\right), \qquad (9.17)$$

т.е. частота света, испущенного звездой, больше ω_0 - частоты, воспринимаемой на Земле. Смещение спектральной линии на земной спектрограмме произойдет на величину

$$\Delta\omega = \omega_0\frac{GM}{Rc^2}. \qquad (9.18)$$

Это гравитационное смещение спектральных линий в красной части спектра Солнца оказывается на пределе точности измерительных приборов. Однако для очень плотных звезд, например, белых карликов, это изменение частоты измеряемо и служит подтверждением выводов ОТО.

Запуск искусственных спутников Земли предоставил еще одну возможность проверки предсказаний ОТО. В противоположность рассмотренному выше эффекту, смещение частоты радиоволны, испущенной с искусственного спутника, произойдет не в красную, а в фиолетовую часть спектра, так как электромагнитные колебания переходят из области, где потенциал земного поля меньше, в область с большим гравитационным потенциалом. Подтвердим эти рассуждения математически. Воспользуемся формулой (9.17), составим ее для двух положений искусственного спутника, на некоторой высоте H и на поверхности Земли (R - радиус Земли):

$$\omega_1 = \omega_0\left(1 - \frac{\varphi_{R+H}}{c^2}\right) = \omega_0\left(1 + \frac{GM}{c^2(R+H)}\right) \qquad (9.19)$$

и

$$\omega_2 = \omega_0\left(1 - \frac{\varphi_R}{c^2}\right) = \omega_0\left(1 + \frac{GM}{c^2 R}\right).$$

Составляя разность последних выражений , получаем:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \approx \omega_0 \frac{GMH}{c^2 R^2}\left(1 - \frac{H}{R}\right).$$

А так как $\frac{GM}{R^2} = g$ - ускорение свободного падения на Земле, то

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \approx \frac{gH}{c^2}\left(1 - \frac{H}{R}\right). \qquad (9.20)$$

Так, для высоты *H=1500 км* $\frac{\Delta\omega}{\omega} = 10^{-10}$, то с помощью так называемых молекулярных генераторов или атомных часов, имеющих предел стабильности частоты порядка 10^{-10}, удается обнаружить изменение частоты радиоволн, испущенных с искусственных спутников и принятых на Земле. Задача усложняется из-за наложения эффекта Доплера, упомянутого выше. Поэтому наблюдают излучение передатчиков спутника тогда, когда он двигается относительно медленно, т.е. находится вблизи своего перигелия.

В 60-х годах на “вооружение” исследователей поступил только что обнаруженный эффект Мёссбауэра, суть которого состоит в том, что испускание или поглощение гамма -квантов атомными ядрами сильно взаимодействующих частиц кристаллического твердого тела практически не сопровождается потерей энергии и количества движения на отдачу, в результате чего спектральные линии имеют чрезвычайно малую

естественную ширину. Поэтому ядра кристаллической решетки могут поглотить лишь электромагнитные колебания (гамма - кванты) определенной частоты - резонансной частоты. На этом свойстве эффекта Мёссбауэра основан метод проверки рассматриваемого предсказания ОТО. Два американских физика Паунд и Ребекка поставили следующий опыт. На высоте около 20 м помещался источник квантов - возбужденные ядра атомов железа, расположенных в узлах кристаллической решетки. Кванты регистрировались на поверхности Земли поглощением обычными атомами железа. Но ОТО предсказывала, что “падающие” на Землю гамма -кванты должны изменять свою частоту (в данном опыте частота должна увеличиваться) и они не должны восприниматься нормальными атомами. Несмотря на ничтожно малую величину относительного изменения частоты (всего на $2{,}5.10^{-15}$),опыт подтвердил предсказание ОТО, ядра детектора на Земле не воспринимали гамма -кванты.

§10. “Парадоксы” ОТО

Как и в специальной теории относительности, в ОТО “парадоксы” позволяют не только опровергнуть рассуждения, основанные на так называемом “здравом смысле”(обыденном, житейском опыте), но и дать правильное, научное объяснение “парадоксу”, который, как правило, является проявлением более глубокого понимания природы. И это новое понимание дается новой теорией - ОТО.

“Парадокс близнецов”

При изучении СТО указывается, что “парадокс близнецов” не может быть объяснен в рамках этой теории. Напомним суть этого “парадокса”. Один из братьев - близнецов улетает на космическом корабле и, совершив путешествие, возвращается на Землю. В зависимости от величин ускорений, которые космонавт будет испытывать при старте, развороте и посадке, его часы могут существенно отстать от земных часов. Возможен и такой вариант, что он не найдет на Земле ни своего брата, ни то поколение, которое оставил на Земле при начале полета, так как на Земле пройдет не один десяток (сотен) лет. Этот парадокс не может быть разрешен в рамках СТО, так как рассматриваемые СО не равноправны (как это требуется в СТО): космический корабль не может рассматриваться ИСО, так как движется на отдельных участках траектории неравномерно.

Только в рамках ОТО мы можем понять и объяснить "парадокс близнецов" естественным образом, опираясь на положения ОТО. Выше мы уже касались этой проблемы, установив уменьшение темпа хода часов в движущейся НСО (или в эквивалентном гравитационном поле) (см. §8).

Пусть два наблюдателя - "близнеца" находятся первоначально на Земле, которую мы будем считать инерциальной СО. Пусть наблюдатель "А" остается на Земле, а второй наблюдатель- "близнец" "В" стартует на космическом корабле, улетает в неведомые просторы Космоса, разворачивает свой корабль и возвращается на Землю. Если движение в Космосе и может быть равномерным (при выключенных двигателях), то при взлете, развороте и посадке близнец "В" испытывает перегрузки, так как движется с ускорением. Эти неравномерные движения космонавта "В" можно уподобить его состоянию в некоторых эквивалентных гравитационных полях. Но в §8 было показано, что в этих условиях (в НСО без гравитационного поля или в эквивалентном гравитационном поле) происходит динамическое (а не кинематическое, как в СТО) замедление темпа хода часов. В указанном параграфе была получена формула (8.3), которая в §9 получила конкретное выражение через гравитационный потенциал

$$\tau = t\left(1+\frac{\varphi}{c^2}\right) \text{ при } \varphi<0, \qquad (9.15)$$

из которой ясно видно, что темп хода часов замедляется в гравитационном поле с потенциалом φ (то же справедливо и для эквивалентной ускоренно движущейся СО, каковой в нашей задаче является космический корабль с "близнецом" "В").

Таким образом, часы на Земле покажут больший промежуток времени, чем часы на космическом корабле при его возвращении на Землю.

Повторим еще раз, что "парадокс близнецов" не имеет никакого объяснения в специальной теории относительности, в которой используются только равноправные инерциальные СО. По СТО "близнец" "В" должен вечно равномерно и прямолинейно удаляться от наблюдателя "А" (по сути дела, он не должен взлетать с Земли, именно поэтому мы берем слово "близнец" в кавычки). В популярной литературе часто обходят "острый" момент в объяснении этого парадокса, заменяя физически длящийся разворот космического корабля "назад к Земле" его мгновенным разворотом, что невозможно. Этим "обманным маневром" в рассуждениях устраняют ускоренное движение корабля на развороте и тогда обе СО ("Земля" и "Корабль") оказываются равноправными и инерциальными, в которых можно применять положения СТО. Но такой прием нельзя считать научным.

В заключение следует отметить, что "парадокс близнецов" является, по сути дела, разновидностью того эффекта, который был разобран в §9 и назывался изменением частоты излучения в гравитационном поле.

Отклонение световых лучей, проходящих вблизи Солнца

> Таким образом, результаты нашей экспедиции оставляют мало сомнений в том, что лучи света отклоняются вблизи Солнца и что отклонение, если приписать его действию гравитационного поля Солнца, по величине соответствуют требованиям общей теории относительности Эйнштейна.
>
> *Ф. Дайсон, А. Эддингтон, К. Девидсон1920* г.

Выше приведена цитата из отчета ученых, наблюдавших 9 мая 1919 г. полное солнечное затмение с целью обнаружить предсказанный ОТО эффект отклонения световых лучей при

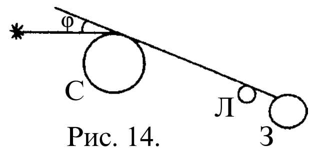

Рис. 14.

прохождении их вблизи тяготеющих тел. Но коснемся немного истории этого вопроса. Как известно, благодаря непререкаемому авторитету великого Ньютона, в XVIII в. восторжествовало его учение о природе света: в отличие от своего современника и не менее известного голландского физика Гюйгенса, рассматривавшего свет как волновой процесс, Ньютон исходил из корпускулярной модели, согласно которой частицы света, подобно материальным (вещественным) частицам, взаимодействуют со средой, в которой движутся и притягиваются телами по законам гравитации, построенной самим Ньютоном. Поэтому световые корпускулы должны вблизи тяготеющих тел отклоняться от своего прямолинейного движения.

Задача Ньютона была теоретически решена в 1801 г. немецким ученым Зельднером. Количественный расчет предсказывал угол отклонения лучей света при прохождении вблизи Солнца на величину 0,87".

В ОТО также предсказывается подобный эффект, однако природа его предполагается иной. Уже с СТО частицы света - фотоны -считаются без массовыми, поэтому ньютоновское объяснение совершенно непригодно. Эйнштейн подошел к этой задаче с общих представлений о том, что гравитирующее тело изменяет геометрию окружающего пространства, делая его неэвклидовым. В искривленном пространстве-времени свободное движение (каковым будет движение света) происходит по геодезическим линиям, которые являются не прямыми в евклидовом смысле, а будут кратчайшими линиями в искривленном пространстве-времени. Теоретические расчеты давали результат в два раза больший, чем получалось по гипотезе Ньютона. Так что экспериментальное наблюдение отклонения световых лучей вблизи поверхности Солнца могло решить вопрос и о физической достоверности всей ОТО.

Проверить эффект ОТО по отклонению световых лучей полем тяготения можно лишь в том случае, когда свет от звезды проходит вблизи поверхности Солнца, где это поле достаточно велико, чтобы существенно повлиять на геометрию пространства-времени. Но в обычных условиях наблюдать звезду вблизи диска

Солнца невозможно из-за более яркого света от Солнца. Вот почему ученые использовали явление полного солнечного затмения, когда диск Солнца закрывается диском Луны. Эйнштейн предлагал в минуты полного солнечного затмения сфотографировать околосолнечное пространство. Затем этот же участок небосклона сфотографировать еще раз, когда Солнце будет далеко от него. Сравнение обеих фотографий позволит обнаружить смещение положения звезд (см. рис.14) на угол φ. Теория Эйнштейна дает для величины этого угла следующее выражение:

$$\varphi = \frac{4GM}{Rc^2},$$

где M - масса Солнца. R - радиус Солнца.

Уже первые наблюдения данного эффекта (1919 г.) дали вполне удовлетворительный результат: при погрешности в 20% угол φ оказался равным 1,75". Требовалось все же увеличить точность результата. Но ведь полное солнечное затмение нельзя повторить тогда, когда мы хотим. Несмотря на то, что затмения бывают несколько раз в году, но не всегда там, где есть условия для наблюдения, да и погода (облака) не всегда благоприятствовала ученым. К тому же на точность наблюдений влияла дифракция света, что искажало изображение звезды. И все же удалось повысить точность и уменьшить погрешность до 10%. Ситуация существенно изменилась, когда были созданы радиоинтерферометры, благодаря использованию которых погрешность наблюдений уменьшилась до 0,01" (т.е. 0,5% от 1,75").

В 70-х гг. было измерено отклонение радиолучей квазарами (звездных образований, природа которых изучена недостаточно), зарегистрированных под №№ 3С273 и 3С279. Измерения дали значения $1'',82 \pm 0'',26$ и $1'',77 \pm 0'',20$, что хорошо соответствует предсказаниям ОТО.

Итак, наблюдение отклонения световых (электромагнитных) волн от прямолинейности (в смысле евклидовой геометрии) при прохождении вблизи массивных небесных тел однозначно свидетельствует в пользу физической достоверности ОТО.

Вращение перигелия Меркурия

А. Эйнштейн, разрабатывая ОТО, рассмотрел три эффекта, объяснение которых и количественные оценки их либо не совпадали с тем, что можно было получить на основе теории тяготения Ньютона, либо вообще не были известны ученым. Два из этих эффектов (красное смещение спектральных линий, испущенных массивными звездами, и отклонение световых лучей при прохождении вблизи поверхности Солнца и других небесных светил) рассмотрены выше. Рассмотрим и третий предсказанный Эйнштейном гравитационный эффект - вращение перигелия планет солнечной системы. На основе наблюдений Тихо Браге и законов Кеплера Ньютон установил, что планеты вращаются вокруг Солнца по эллиптическим орбитам. Теория Эйнштейна позволила обнаружить более тонкий эффект - вращение эллипсов орбит в их плоскости.

Не вдаваясь в строгие математические расчеты, покажем, как можно оценить ожидаемые величины поворотов орбит. Для этого применим так называемый метод размерностей. В этом методе на основании теоретических соображений или данных эксперимента устанавливаются величины, определяющие рассматриваемый процесс. Из этих величин составляется алгебраическое выражение, имеющее размерность искомой величины, к которому последняя приравнивается. В нашей задаче в качестве определяющих величин выберем:

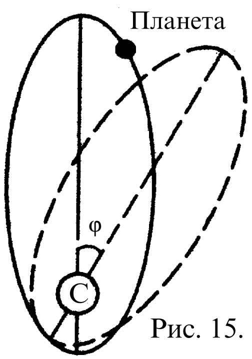

Рис. 15.

1) Так называемый гравитационный радиус Солнца, который для Солнца (и других небесных тел) вычисляется по формуле:

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}.$$

Солнечный гравитационный радиус равен $r_g = 3\cdot 10^5$ см. (в ньютоновской теории гравитационный радиус совпадает с радиусом звезды массы М, на которую вещественное тело будет падать со скоростью света

$$\frac{mc^2}{2} = G\frac{mM}{r_g} \Rightarrow r_g = \frac{2GM}{c^2}).$$

2) Среднее расстояние планеты до Солнца. Для Меркурия оно равно *0,58.10*^{13} *см*, для Венеры - *1,05.10*^{13} *см*, для Земли *1,5.10*^{13} *см.*

3) Среднюю угловую скорость обращения планеты вокруг Солнца:

$$\omega = \left(\frac{GM}{R^3}\right)^{1/2} (v = \omega R,\ \omega = \frac{v}{R},\quad \frac{mv^2}{2} = G\frac{mM}{R},\quad v^2 \approx \frac{mM}{R}),$$

где $M=2.10^{33}$*г* - масса Солнца.

По методу размерностей составим следующую величину (следует заметить, что метод размерностей в данном применении требует интуиции исследователя, хорошего понимания физики, что, как правило, дается многократной тренировкой и решением подобных задач):

$$\omega_n = \omega\frac{r_g}{R},$$

где величина ω_n определяет угловую скорость перемещения перигелия орбиты планеты. Для угла поворота перигелия за 100 лет получим следующее выражение (предварительно необходимо умножить ω_n на число секунд в 100 лет *3,16.10*^{9}*с/100 лет*, перевести радианы в угловые секунды $2'',06\cdot 10^5\,\frac{угл.с}{рад}$):

$$\varphi = 6'',5\cdot 10^{14}\,\frac{\omega\, r_g}{R}.$$

Для Меркурия φ *= 39"*, Венеры φ *= 8"*, Земли φ *= 4"*. Чтобы представить величину φ, напомним, что угловая секунда - это угол, под которым копейка "видна" с расстояния в 2 км!

Приведенные выше числовые оценки угла φ получены методом размерностей, точная теория эффекта в ОТО дает несколько другую формулу для угла φ и, естественно, несколько другие числовые значения:

$$\varphi = \frac{24\pi^2 a^2}{c^2 T^2 \left(1 - e^2\right)},$$

где a - большая полуось эллипса-орбиты, T - период обращения планеты, e - эксцентриситет эллипса $e = \frac{\left(a^2 - b^2\right)^{1/2}}{a} < 1,$ b – малая полуось эллипса. Расчет угла поворота перигелия планеты за 100 лет дает следующие значения:

для Меркурия 42",9 (из наблюдений 42",56±0",91),
для Венеры 8",6 (из наблюдений 8",4±4",8),
для Земли 3",8 (из наблюдений 4",6±2",7).

Перемещение перигелия планеты Меркурий впервые наблюдал еще задолго до создания ОТО французский астроном Леверье (XIX в.), но только теория Эйнштейна дала непротиворечивое объяснение этому эффекту. Интересно, что это небесное явление ученым удалось "воспроизвести", наблюдая движение искусственных спутников Земли. Так как угол поворота перигелия пропорционален большой полуоси орбиты спутника, ее эксцентриситету и обратно пропорционален периоду обращения спутника, то, подбирая соответствующие значения этих величин, можно сделать φ = 1500" за 100 лет, а это более чем в 30 раз превышает угол поворота орбиты для Меркурия. Однако задача существенно усложняется, так как на движение искусственного спутника оказывает влияние сопротивление воздуха, не шаровидность и не однородность Земли, притяжение к Луне и т.д. И все же наблюдение над тысячами искусственных спутников, запущенных в околоземное пространство за последние более чем 30 лет, однозначно подтверждают предсказания ОТО.

Расчет "радиуса" Вселенной

Среди различных моделей Вселенной, рассматриваемых в ОТО, есть так называемая модель стационарной Вселенной, впервые предложенной еще самим А. Эйнштейном. В этой модели Мир оказывается конечным (но безграничным!), его можно представить в виде шара (у шара нет границы!). Тогда возникает

возможность определить "радиус" такой Вселенной. Для этого предположим, что полная энергия шарообразной Вселенной обусловлена исключительно гравитационным взаимодействием частиц, атомов, звезд, галактик, звездных образований. Согласно СТО полная энергия неподвижного тела равна $E_0=Mc^2$, где M - масса Вселенной, которую можно связать с ее "радиусом" так $M=4/3\,\pi R_0^3 \rho$, ρ - средняя плотность вещества, распределенного равномерно в объеме Мира. Гравитационная энергия шарообразного тела радиуса R_0 может быть рассчитана элементарно и равна

$$E = \frac{3}{5} G \frac{M^2}{R_0}.$$

Пренебрегая числовым коэффициентом порядка единицы, приравняем оба выражения для энергии

$$Mc^2 = GM^2 / R_0.$$

Полагая $M \sim \rho R_0^3$, получаем для "радиуса" Вселенной следующее выражение

$$R_0 \sim \frac{c}{(G\rho)^{1/2}}.$$

Принимая (что соответствует наблюдениям) $\rho \sim 10^{-25} кг/м^3$ и $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11} \frac{Н\,м^2}{кг^2}$, получаем для "радиуса" следующее значение $R_0 \approx 10^{26} м.$

Эта величина определяет видимый "горизонт" Мира. За пределами этой сферы нет вещества и электромагнитного поля. Но тотчас же возникают новые проблемы: а как быть с пространством и временем вне сферы, где нет материи? Подобные вопросы, возникающие в данной модели Вселенной не решены, наука не знает однозначного ответа на подобные вопросы.

Но "конечность" Вселенной в рассматриваемой модели снимает так называемый "фотометрический парадокс": ночное небо не может быть ярким (как должно было бы быть, если

Вселенная бесконечна и число звезд также бесконечно), так как число звезд (по рассматриваемой модели) конечно в силу конечности объема Мира, а из-за поглощения энергии электромагнитных волн в межзвездном пространстве освещенность неба становится малой.

Модель стационарной Вселенной - это самая первая модель Мира, как указывалось выше, предложенная самим создателем ОТО. Однако уже в начале 20-х гг. советский физик и математик А. А. Фридман дал другое решение уравнений Эйнштейна в ОТО и получил два варианта развития для так называемой нестационарной Вселенной. Через несколько лет американский ученый Хаббл подтвердил решения Фридмана, обнаружив расширение Вселенной. По Фридману, в зависимости от величины средней плотности материи во Вселенной, наблюдаемое в настоящее время расширение или будет продолжаться вечно, или после замедления и остановки галактических образований начнется процесс сжатия Мира. В рамках данной книги мы не можем далее обсуждать эту тему и отсылаем любознательных читателей к дополнительной литературе, указанной в конце пособия. Мы же коснулись этого вопроса потому, что и модель расширяющейся Вселенной позволяет устранить рассмотренный выше фотометрический парадокс, опираясь при этом на другие основания. Благодаря расширению Вселенной и удалению звезд от Земли должен наблюдаться эффект Доплера (в данном случае уменьшение частоты приходящего света) - так называемое красное смещение частоты света (не путать с подобным эффектом, связанным не с движением источника света, а с его гравитационным полем). В результате эффекта Доплера энергия светового потока существенно ослабляется и вклад звезд, находящихся за пределами некоторого расстояния от Земли, практически равен нулю. В настоящее время обще признано, что Вселенная не может быть стационарной, но мы воспользовались такой моделью из-за ее “простоты”, а полученный “радиус” Мира не противоречит современным наблюдениям.

“Черные дыры”

Скажем сразу, что “черные дыры” во Вселенной экспериментально еще не обнаружены, но имеется убежденность в их существовании (насчитывается около 100 кандидатов в нашей Метагалактике на такой экзотический объект). Это связано с тем, что звезда, превратившаяся в “черную дыру”, не может быть обнаружена по своему излучению (отсюда и название “черная дыра”), так как, обладая гигантским полем тяготения, не дает ни элементарным частицам, ни электромагнитным волнам покинуть поверхность. Написано множество теоретических исследований, посвященных “черным дырам”, их физика может быть объяснена только на основе 0ТО. Такие объекты могут возникнуть на заключительной стадии эволюции звезды, когда (при определенной массе, не меньше 2-3 солнечных масс) световое давление излучения не может противодействовать гравитационному сжатию и звезда “коллапсирует”, т.е. превращается в экзотический объект - “черную дыру”. Подсчитаем минимальный радиус звезды, начиная с которого возможен ее “коллапс”. Чтобы вещественное тело могло покинуть поверхность звезды, оно должно преодолеть ее притяжение. Это возможно, если собственная энергия тела (энергия покоя) превосходит потенциальную энергию гравитации, что требуется по закону сохранения и превращения энергии. Можно составить неравенство:

$$mc^2 > \frac{GmM}{R_{зв}}.$$

На основании принципа эквивалентности, слева и справа стоит одна и та же масса тела. Поэтому с точностью до постоянного множителя получаем радиус звезды, которая может превратиться в “черную дыру”:

$$R_{зв} \sim \frac{GM}{c^2} = R_{ш}$$

Впервые эту величину рассчитал немецкий физик Шварцшильд еще в 1916 г, в честь него эту величину называют радиусом Шварцшильда, или гравитационным радиусом. Солнце могло бы превратиться в “черную дыру” при той же массе, имея радиус всего 3 км; для небесного тела, равного по массе Земле, этот радиус равен всего лишь 0,44 см.

Так как в формулу для $R_Ш$ входит скорость света, то этот небесный объект имеет чисто релятивистскую природу. В частности, так как в ОТО утверждается физическое замедление хода часов в сильном гравитационном поле, то этот эффект особенно должен быть заметен вблизи “черной дыры”. Так, для наблюдателя, находящегося вне гравитационного поля “черной дыры”, камень, свободно падающий на “черную дыру”, достигнет шварцшильдовской сферы за бесконечно большой промежуток времени. В то время как часы “наблюдателя”, падающего вместе с камнем, покажут конечное время. Расчеты, основанные на положениях ОТО, показывают, что гравитационное поле “черной дыры” не только способно искривить траекторию светового луча, но и захватить световой поток и заставить его двигаться вокруг “черной дыры” (это возможно, если луч света пройдет на расстоянии около $1{,}5R_Ш$, но такое движение неустойчиво).

Если звезда, испытавшая коллапс, обладала угловым моментом, т.е. вращалась, то и “черная дыра” должна сохранить этот вращательный момент. Но тогда вокруг этой звезды и гравитационное поле должно иметь вихревой характер, что проявится в своеобразии свойств пространства-времени. Этот эффект может позволить обнаружить “черную дыру”.

В последние годы обсуждается возможность “испарения” “черных дыр”. Это связано с взаимодействием гравитационного поля такой звезды с физическим вакуумом. В этом процессе уже должны сказаться квантовые эффекты, т.е. ОТО оказывается связанной с физикой микромира. Как видим, экзотический объект, предсказанный ОТО, - “черная дыра” оказывается связующим звеном, казалось бы, далеких друг от друга объектов - микромира и Вселенной.

§11. Загадки “Большого взрыва” (ОТО и космология)

Ученые установили, что нашей Вселенной 15 млрд. лет. Её появление связано со взрывом, получившим название “Большого взрыва”.

Но откуда известно, что Вселенная взорвалась и что взорвалось? И что было до этого, и что последовало после этого? Эти и многие другие вопросы возникли перед учеными во второй половине XX века и остались в науке XXI века.

Вспомним немного историю. В 1916г. великий физик Альберт Эйнштейн создал новую физическую теорию - Общую теорию относительности, ставшую основой космологии - науки о происхождении и развития мира. Согласно первоначальному решению проблемы, данному самим Эйнштейном, Вселенная стационарна и конечна в своих размерах. Однако в 1922 г. российский ученый А. А. Фридман рассмотрел более сложный сценарий развития Мира. Один из вариантов его решения предполагал расширение Вселенной. Американский астроном Э. Хаббл, наблюдая движение далеких звезд, подтвердил факт расширения: звезды удалялись от нас и друг от друга. Снова возникали вопросы: почему Вселенная расширяется, ведь по закону Всемирного тяготения, открытого еще Ньютоном, звезды должны притягиваться друг к другу? И как долго это расширение будет продолжаться?

Ученые, в том числе и наши российские, ищут ответы на все поставленные выше вопросы. И уже есть факты, которые позволяют восстановить сценарий Взрыва, дать возможные варианты ответов.

Около 40 лет назад было обнаружено слабое электромагнитное излучение (радиоволны), которое равномерно заполняет все мировое пространство. Его назвали “реликтовым”, то есть сохранившимся от момента начала расширения Вселенной. Занимая все большее пространство, реликтовое излучение остывало, имея вначале очень высокую температуру. Такую же высокую температуру имело и вещество – Вселенная была горячей. Анализ свойств реликтового излучения позволяет понять, почему Вселенная в больших масштабах была и остается однородной, средняя плотность вещества постоянна. Дело в том, что только в этом случае сегодня мы и наблюдаем, что со всех сторон на Землю приходит однородное реликтовое излучение: оно проходит через однородно заполненное материей пространство, Но сразу возникает другой вопрос: почему в диаметрально противоположных точках Вселенной одинаковое состояние материи, что и определяет упомянутую выше однородность излучения, приходящего со всех сторон. Эта загадка Вселенной называется “Проблемой горизонта”.

Согласно расчетам А. Фридмана, основанным на положениях Общей теории относительности Эйнштейна, в момент Большого взрыва средняя плотность вещества была близка к так называемой “критической плотности”. От критической плотности зависит сценарий развития Вселенной: либо она будет всегда расширяться, либо наступит момент, когда расширение закончится и начнется сжатие. Ученые не могут сейчас определить массу всего Мира. Помимо других причин есть еще одна: для объяснения наблюдаемых явлений предполагается существование “скрытой”, невидимой массы, природа которой еще не определена. Поэтому не ясно, какова же критическая плотность вещества Вселенной, каков будущий сценарий развития Мира. Эта загадка получила название “Проблемы критической плотности”.

В начале Большого взрыва материя состояла из горячей плазмы, частицы которой обладали зарядами разных знаков. В момент времени, отстоящий на 10^{-33} секунды от начала взрыва, началось объединение разноименно заряженных частиц. Эта “эпоха Великого объединения” поставила перед учеными новую загадку: почему сегодняшний мир состоит преимущественно из частиц, куда исчезли античастицы в нашей Вселенной? Куда исчезли и другие свидетели Большого взрыва, так называемые магнитные монополи, предсказанные теоретически, “на кончике пера” английским физиком Дираком еще в 1928г? Возникла новая загадка развития Вселенной - “загадка монополей”.

До сих пор не решена загадка рождения звезд и планет. Одно достоверно, ясно, что в стационарной Вселенной Эйнштейна (см. выше) они образоваться не могли.

Все упомянутые выше загадки - это последствия Большого взрыва. Теория тяготения, построенная великим Ньютоном, не может объяснить это явление. По закону всемирного

тяготения Ньютона материальные образования могут только сближаться благодаря взаимному притяжению. Мы это ощущаем постоянно, находясь как на Земле, так и в ближнем космосе. Но в 1972 г. советские физики Э. Глинер, Д. Киржниц и А. Линде, исходя из Общей теории относительности Эйнштейна, подсчитали, что в момент взрыва плотность вещества была фантастической - 10^{94} г/см^3 (для сравнения - плотность вещества в ядрах -10^{16} г/см^3). Оказывается, что при этих состояниях материи в ней возникают не только силы притяжения, но и во много раз более мощные силы отталкивания. Именно эти силы отталкивания, по мнению упомянутых ученых, и вызывают расширение Вселенной. Эти выводы получили дальнейшее развитие и сейчас считаются вполне правдоподобными.

Вещество расширяющейся Вселенной меняло свои свойства в процессе раздувания, такие переходы материи из одного состояния в другое называют фазовыми переходами (в нашей обыденной жизни такими фазовыми переходами являются, например, кипение воды и превращение ее в пар). Расчеты показывают, что известные нам элементарные частицы-электроны, протоны, нейтроны и т.д. возникли через время 10^{-25} секунды после Взрыва в результате перехода материи в новое фазовое состояние.

Модель расширяющейся Вселенной позволяет дать предварительные ответы на некоторые поставленные выше вопросы. Расположенное сегодня на краю горизонта видимости в противоположных его точках вещество когда-то находилось “совсем рядом”, практически совпадало, находилось в одинаковых условиях. И разлетаясь, развивалось одинаково. Поэтому со всех сторон к нам на Землю и приходит однородное реликтовое излучение.

Выше говорилось, что расширяющаяся Вселенная испытывала фазовые переходы. Но в тех условиях “действовали” не классические, а квантовые законы. Не во всем пространстве одновременно происходили эти переходы, что благоприятствовало образованию “сгустков” материи, из которых и могли образоваться звезды и планеты. Такую гипотезу предложили английский астрофизик, человек удивительной судьбы, С. Хокинг и упомянутые выше наши ученые.

Относительно отсутствия монополей в сегодняшней Вселенной предлагается такой "простой" ответ: для рождения монополей необходимы условия, которые были только лишь в первые мгновения Большого взрыва. Затем они уже больше не возникали. А разбросанные по всей расширяющейся Вселенной первые монополи становятся практически ненаблюдаемыми. Значительно сложнее объяснить ассиметрию частиц и античастиц в нашем мире. Напрашивается такой выход: может быть, в один из фазовых переходов материн (см. выше) устойчивость античастиц уменьшилась по сравнению с частицами и они исчезли...

Попытаемся "ответить" на вопрос: а что было до Большого взрыва, исходя из гипотезы наших ученых А. Линде и А.Старобинского, высказанной ими еще в 1986г. В основе новой гипотезы положена определяющая роль квантовых процессов, которые должны происходить при гигантских плотностях материи. Вселенная находилась (и, возможно, еще находится) в состоянии с отрицательным давлением и поэтому раздувается. В разных местах возникают квантовые неустойчивости при одинаковых начальных условиях. Пусть первоначальный элемент объема увеличился (из-за раздувания) в поперечнике вдвое. Тогда сам объем увеличился в 8 раз, вместо одного элемента объема будет 8 раздувающихся "мини-Вселенных", которые будут "жить" независимо друг от друга. Это первое (с момента нашего рассмотрения) поколение мини-Вселенных. Процесс "размножения" должен продолжаться, так как каждая мини-Вселенная по-прежнему находится в состоянии с отрицательным давлением (именно оно и вызывает раздувание мини-Вселенных). Согласно этой гипотезе Вселенная вечно воспроизводит саму себя. У такой Вселенной нет ни начала, ни конца. В таком мире постоянно происходят "Большие взрывы". В одной из таких Вселенных живут земляне...

§12. Краткое изложение основ общей теории относительности Эйнштейна

Как только речь заходит о происхождении окружающего нас мира, вспоминают не только Библию, но и эту физическую теорию, созданную ровно 90 лет назад великим ученым XX в. Альбертом Эйнштейном и получившую название ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ (ОТО).

Значение этой теории возросло после открытия "свидетеля" того, что произошло около 15 миллиардов лет назад - так называемого Большого взрыва, за которым последовало расширение Вселенной.

В данной небольшой статье мы надеемся заинтересовать читателя и указать ему доступную научную и научно-популярную литературу, в которой он найдет еще много удивительного, связанного с содержанием и следствиями Общей теории относительности (в дальнейшем для краткости будем называть ее аббревиатурой - ОТО).

Начнем с общего определения: что такое ОТО? Обычно ее рассматривают как физическое учение о свойствах пространства, времени и природе тяготения.

Еще в 1687 г. основоположником классической физики И.Ньютоном был установлен закон Всемирного тяготения: два точечных тела притягивают друг друга с силой прямо пропорциональной произведению масс этих тел и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними. Этому закону взаимодействия подчиняются все вещественные (обладающие массой) тела Вселенной, именно поэтому закон и получил название закона Всемирного тяготения. Однако ни сам И.Ньютон, ни другие физики не могли объяснить природу тяготения. Неразрешимость для него этой задачи И. Ньютон выразил следующей фразой: "Гипотез я не выдвигаю".

Благодаря закону тяготения Ньютона удалось объяснить движение планет солнечной системы, Луны вокруг Земли, падение тел на поверхности Земли и движение комет в межзвездном пространстве, определить массу Земли, Луны. и других небесных тел. Вершиной торжества закона Всемирного тяготения было открытие “на кончике пера” (за письменным столом) ученым Леверье (1846 г.) новой не известной до того планеты солнечной системы -Нептуна, которая тотчас же была обнаружена на небосводе в указанном месте.

И все же природа тяготения не поддавалась объяснению. Было обнаружено новое явление: поворот оси орбиты самой близкой к Солнцу планеты - Меркурия. За 100 лет наблюдения ось эллипса орбиты повернулась на угол 43" (сорок три угловых секунды, угловая секунда - это угол, под которым 1 см “виден” с расстояния в 2 км). Из закона тяготения Ньютона такой поворот орбиты не следовал. Все попытки уточнить закон не приводили к устранению загадки. А в науке есть правило: если хотя бы один опыт противоречит теории, ее нужно изменять.

В представленном выше небольшом историческом очерке мы показали необходимость построения новой теории тяготения. И хотя сам А. Эйнштейн подходил к решению этой задачи несколько иначе, но его теория смогла не только объяснить все то, что объясняла теория И. Ньютона, но и разрешить загадку поворота орбиты Меркурия (вообще оказалось, что орбиты всех планет поворачиваются, но чем дальше они от Солнца, тем меньше угол поворота за те же 100 лет). Кроме того, теория А. Эйнштейна предсказала новые явления, например, отклонение светового луча от прямолинейности при прохождении вблизи большого тяготеющего тела. Это предсказание было убедительно подтверждено уже через три года после создания ОТО (в 1919 г.) при наблюдении полного солнечного затмения: на фотографиях закрытого Луной светила вблизи края ученые обнаружили изображения тех звезд, которые должны были находиться в области геометрической “тени” за Солнцем. Теория А.Эйнштейна предсказывала и другие явления, например, уменьшение частоты света, излученного звездой. Подобное явление было известно в оптике (эффект Доплера), но там изменение частоты было связано с движением источника или наблюдателя. В случае же явления, рассматриваемого в ОТО, оно не было связано с движением источника (приемника), а обусловлено исключительно изменением свойств пространства по мере удаления от звезды. Ниже мы остановимся и на других выводах ОТО А. Эйнштейна, благодаря которым ОТО оказалась связанной с космологией, наукой, объясняющей происхождение и развитие Вселенной.

На построение ОТО А. Эйнштейну потребовалось около 10 лет. В 1916 г. вышла последняя статья, в которой был завершен научный подвиг ученого. В основу своих рассуждений А.Эйнштейн положил совпадение двух масс, с которыми встречаются физики, решая разные задачи. С одной стороны, масса характеризует инертные свойства тел, способность их противодействовать силам, пытающимся изменить состояние тел. С другой стороны, как говорилось выше, масса определяет гравитационные свойства тел, способность их притягивать другие тела. До А. Эйнштейна эти массы не различали, их совпадение считалось само собой очевидным. Эйнштейн же придал этому совпадению характер закона, его часто называют принципом эквивалентности инертной и гравитационной масс.

Еще Галилей в XVI в. установил, что все тела, падая свободно в поле тяжести Земли, приобретают одно и то же ускорение. В этом проявляет себя гравитационная масса падающих тел. При резкой остановке транспорта пассажиры подаются вперед, при ускоренном же движении того же транспорта пассажиры прижимаются к сидению. В обоих случаях возникающий эффект можно объяснить появлением сил инерции. При этом все тела, находящиеся в транспорте, независимо от их массы, приобретают одинаковое ускорение. В этом примере проявляет себя инертная масса. Из рассмотренных примеров, в которых по отдельности проявляют себя либо гравитационная, либо инертная массы, и исходя из эквивалентности этих масс, Эйнштейн делает следующий вывод, который обычно и называют принципом эквивалентности: свободное движение в поле тяготения и ускоренное движение в отсутствии этого поля происходят совершенно одинаково, другими словами, явление тяготения и ускоренное движение имеют одну и ту же физическую сущность, это два проявления одного и того же физического процесса. Это главное утверждение ОТО и на первый взгляд оно кажется невероятным. Но именно в этом утверждении проявилась гениальность А.Эйнштейна, позволившая ему нетрадиционно подойти к повседневным явлениям и создать удивительную по красоте и следствиям физическую теорию - ОТО.

Теперь посмотрим, к каким следствиям приводит сформулированный выше принцип эквивалентности. При взлете с ускорением космического корабля космонавты испытывают перегрузки. Это эквивалентно тому, что космонавты как бы оказываются в более сильном гравитационном поле, чем поле Земли. Ускоренное движение приводит к тем же следствиям, что и гравитационное поле. С другой стороны, при свободном движении ракеты (двигатели отключены) вокруг Земли все тела в кабине становятся невесомыми. Их свободное падение (вместе с космическим кораблем), находясь внутри корабля, невозможно отличить от свободного движения (движения по инерции, когда на тело не действует внешняя сила) в отсутствии поля тяготения (в малом объеме корабля - это очень важное условие - устраняется поле тяготения). Все, о чем рассказано выше, мы неоднократно видели при телевизионных передачах с борта космических кораблей. Таким образом, не существует возможности отличить состояние свободного движения от состояния свободного падения. Свободное падение и свободное движение - утверждает Эйнштейн своим принципом эквивалентности - это одно и то же!

Мы знаем, что свободное движение (движение по инерции) происходит прямолинейно. Но прямая - это простейшее понятие геометрии. Тем самым мы естественным образом устанавливаем связь между физикой и геометрией. В нашем мире справедлива так называемая геометрия Евклида, в которой пространство трехмерно (право -лево, верх-низ, вперед-назад), существует только одна прямая, соединяющая две точки, сумма углов треугольника всегда равна 180 градуса и т. д.) По прямой, которая является кратчайшим расстоянием между двумя точками, распространяется световой луч (в этом мы снова обнаруживаем связь физики и геометрии).

Но помимо евклидовой геометрии существуют и другие, неэвклидовы геометрии. Первым такую неэвклидову геометрию построил русский математик ректор Казанского университета Н.Лобачевский (1829г.). В качестве наглядного примера “мира”, где геометрия неэвклидова, можно привести кривой мир поверхности шара. Двухмерные существа в этом мире (у них не было бы высоты) под “прямой” (кратчайшей) линией между двумя точками понимали бы дугу большого круга, сумма углов треугольника, лежащего на поверхности шара, уже не была бы равна 180 градусам и т.д. Эти представления о геометрии на поверхности шара можно обобщить на более сложные поверхности. Но главным в наших рассуждениях является то, что геометрия Евклида - это лишь одна из возможных геометрий. А так как геометрия связана с физикой, то следовательно, могут существовать иные миры, где действуют более сложные физические законы.

И снова первым, кто пытался выяснить, какой геометрии подчиняется наш мир, был Н. Лобачевский. Неточность измерений не позволила ему найти правильный ответ. Основную идею Н. Лобачевского (связь геометрии мира и физики) трансформировал в своей теории А. Эйнштейн. Неоднородность гравитационного поля, изменение его от точки к точке Эйнштейн объяснил парадоксально: геометрия физического мира не евклидова и такого физического объекта - гравитационного поля - не существует, нет и никаких сил тяготения. И движение, которое мы до сих пор называем свободным падением, фактически является свободным движением по кратчайшей (геодезической) линии в этом неевклидовом мире.

В этом месте наших рассуждений следует сказать, что для описания любого физического процесса, в том числе и свободного движения, нужно задавать не только пространственные координаты, но и время. С этой точки зрения наш мир является не трех-, а четырехмерным. Правда, время, в отличие от пространственных координат, может изменяться только от прошлого к будущему. Связь физики с геометрией проявляется и в том, что не только пространственный мир может быть неевклидовым, но и ход времени в разных точках пространства может быть разным.

Теперь установим, от чего зависит геометрия мира. Для этого совершим краткое путешествие с физическими представлениями о пространстве и времени, В том, что эти понятия трудны для человеческого сознания, мы убеждаемся на многочисленных примерах, например, путаница с понятиями "вчера" и "завтра" в детском возрасте, трудности ориентировки в пространстве, которой лишены и многие взрослые (когда - то к рукавам одежды неграмотных новобранцев привязывали пучки сена и соломы и для поворота направо и налево отдавались команды "на сено!" или "на солому!". Не правда ли, смешно, а вспомним, что происходит в строю школьников, когда подается одна из команд поворота...). Опуская "страницу" наивных представлений о пространстве и времени в древние времена, начнем путешествие с научных представлений И. Ньютона. Пространство, по Ньютону, - это "ящик", вместилище всего бытия, оно существует независимо от тел и явлений, происходящих в "ящике". Время - это длительность процессов (явлений), во всем мире существует единое (мировое) время, его ход не зависит ни от места нахождения часов, ни от характера процессов. Пространство и время не связаны друг с другом, не влияют друг на друга, они - самостоятельные сущности.

Не касаясь причины эволюции наших представлений о пространстве и времени (интересующихся этим вопросом отсылаем к книге автора статьи, указанной ниже в списке литературы), сформулируем кратко то новое, что внес в данную проблему А. Эйнштейн в своей специальной теории относительности. Оказалось, что нельзя отрывать пространственное описание явления от временного момента, именно тогда фактически в физику было введено представление о том, что наш мир имеет четыре измерения (три пространственных и одно временное). А так как в основу специальной теории относительности был положен постулат о постоянстве скорости света в однородной и изотропной среде (одинаковой во всех точках и по всем направлениям), его максимальности (предельности) в вакууме и независимости от скорости движения источника света и наблюдателя, то отсюда непосредственно следовало, что в разных точках пространства время течет по-разному (по определению, скорость численно равна отношению пройденного расстояния к промежутку времени прохождения этого расстояния, если меняется расстояние между событиями для разных наблюдателей, то и промежутки времени также должны изменяться, только в этом случае скорость света в вакууме может быть всегда одной и той же величиной). В специальной теории относительности, как и в теории Ньютона, пространство однородно и изотропно, и время равномерно течет от прошлого к будущему. При этом Эйнштейн не учитывает, что в действительности вблизи тяготеющих масс свойства пространства (и времени) не обладают указанными свойствами. Направления в горизонтальной плоскости и по вертикали не равноценны (вспомните ходьбу по ровному месту и в гору!), часы-ходики, ход которых определяется притяжением к Земле, на равнине и высоко в горах имеют разный ритм. В рассматриваемом вопросе можно говорить, что специальная теория относительности, созданная Эйнштейном за 10 лет до ОТО - в 1905 году, - является приближенной теорией. Но это не умаляет ее значения в познании природы и в жизни человеческого общества.

Итак, чтобы учесть влияние на свойства пространства и времени гравитирующих масс, Эйнштейн и построил общую теорию относительности. Вот мы и пришли к ответу на поставленный выше вопрос: от чего зависит геометрия мира. Геометрия мира, и, следовательно, свойства пространства и времени, зависят от наличия и движения в пространстве и времени материи. Именно там, где имеется "сгусток" материи, геометрия мира отличается от той геометрии, которую мы наблюдаем в пределах малого участка земной поверхности и которую обычно называем плоской геометрией, или геометрией Евклида. Вблизи же массивных звезд (плотность их вещества достигает многих млн. тонн в 1 куб. см, средняя плотность Земли - 5,5 г/куб. см) свойства пространства и времени существенно отличаются от того, что мы обнаруживаем вокруг нас на Земле. Говорят, что вблизи массивных тел геометрия не Евклидова, "кривая". Последним словом хотят отметить отличие наблюдаемой геометрии от Евклидовой. В таком пространстве (по сути дела, нужно говорить о едином пространстве - времени) кратчайшим расстоянием между двумя точками будет не евклидова прямая, а кривая, подобная тому, как в двухмерном "кривом" мире поверхности шара кратчайшим расстоянием между двумя точками будет дуга большого круга. Именно по этой "кривой" (геодезической) будет распространяться световой луч, по такой геодезической линии будет происходить свободное движение тела.

Все изложенное выше следует из сложнейших уравнений, которые Эйнштейн получил в своей теории. (Сложность математического аппарата ОТО ограничивает круг ученых, которые занимаются разработкой проблем ОТО. Из сотен тысяч физиков и математиков на земном шаре только несколько сотен ученых посвятили себя этой теории. Данное замечание сделано для тех молодых людей, которые ищут область приложения своих способностей и осуществления мечтаний).

В 1922 году ленинградский математик А. А. Фридман решил эти уравнения и получил поразительный результат: наш обозримый мир не может находиться в статическом, равновесном состоянии, он должен либо расширяться, либо сжиматься. Все зависит от средней плотности вещества во Вселенной: если эта плотность меньше, чем 10^{-29} г/куб. см, то мир будет вечно расширяться; если же эта плотность превышает 10^{-29} г/куб. см, то Вселенная должна сжиматься. В настоящее время нет достоверных данных о средней плотности вещества в мире. Но вот в 1929 году американский астроном Хаббл обнаружил, что далекие звезды от нас "убегают", мир расширяется, что предсказывало одно из решений Фридмана. Что будет со Вселенной потом (через много млрд. лет), будет она и дальше расширяться или наступит конец расширению и начнется сжатие (это другой вариант решения Фридмана) зависит от средней плотности вещества в мире.

Однако если мир сейчас расширяется, то можно рассчитать, сколько времени назад началось это расширение, когда материя была сконцентрирована в относительно малом объеме, когда произошло то, что получило название "Большой взрыв". Эту идею первым высказал наш соотечественник Г. Гамов. Ученые обнаружили и весточку от этого "взрыва", так называемое "реликтовое" (остаточное от древности) излучение, которое сопровождало "взрыв" и затем, расширяясь, заполнило все мировое пространство. Если ученые установят, что средняя плотность материи во Вселенной больше 10^{-29} г/куб. см, то наблюдаемое сейчас расширение должно остановиться и начнется сжатие. Все этапы жизни Вселенной продолжаются десятки млрд. лет. Поэтому достоверно говорить о "Большом взрыве" как об акте творения мира не следует. Существуют и другие модели развития Вселенной. Например, Вселенная подобна маятнику и периоды расширения сменяются периодами сжатия, и эти процессы повторяются бесконечное число раз. Конечно, мир беспрерывно обновляется, одни звезды сгорают, другие рождаются. Но для такой модели развития не требуется какого-либо первоначального толчка. В этой модели развития Вселенной "Большой взрыв" - это тот момент, когда гравитационное притяжение всех тел Вселенной оказалось слабее того противодействующего светового давления, которое создают миллиарды звезд при своем сближении.

Уравнения Эйнштейна предсказывают существование "гравитационных волн" - распространяющихся изменений свойств пространства-времени, возникающих из-за мощных нестационарных процессов во Вселенной. До сих пор экспериментально гравитационные волны не обнаружены. В ОТО были предсказаны так называемые нейтронные звезды, в которых из-за мощных гравитационных взаимодействий атомы были "раздавлены", электроны "вдвинуты" в ядра и, соединяясь с положительно заряженными протонами, входящими в состав ядер, превращали их в нейтральные частицы-нейтроны (отсюда и название этих звезд).

Дальнейшее сжатие звезды может привести ее к “коллапсу” - катастрофическому уменьшению размеров и превращению в так называемую “черную дыру”. Такое название возникло потому, что вокруг “черной дыры” пространство-время приобрели такие свойства, такую “кривизну”, что ни один сигнал не может покинуть такую звезду, она действительно становится невидимой - “черной дырой” во Вселенной. И все же “черную дыру” можно обнаружить по ее мощному влиянию на движение других небесных тел. У “черной дыры” есть и другие экзотические свойства...

Завершая рассказ об ОТО, мы отсылаем читателя к указываемой ниже литературе (она есть, например, в областной научной библиотеке), в которой можно еще раз проследить логику построения ОТО и познакомиться с другими решенными и нерешенными задачами ОТО.

Заключение

Автор выполнил поставленную задачу - написать Введение в удивительный мир общей теории относительности - релятивистской теории тяготения. И все же он с сожалением расстается с теми читателями, которые дочитали Введение до последней страницы. Сожаление связано с тем, что мы только начали знакомиться с красивейшей теорией, созданной гением человечества - Альбертом Эйнштейном. Теория еще не завершила своего развития и представляет большие творческие возможности для тех, кто хочет связать свою будущую жизнь с ФИЗИКОЙ. Но сначала нужно познакомиться с тем, что уже сделано дальше того, о чем рассказано во Введении. Именно для таких любознательных автор составил краткий список дополнительной литературы.

Литература для дополнительного чтения

1. Эйнштейн А. Сущность теории относительности. - М.-Л., 1955.
2. Эйнштейн А., Инфельд Л. Эволюция физики. - М.: Молодая гвардия, 1966.
3. Борн М. Эйнштейновская теория относительности. - М.: Мир, 1972.
4. Брагинский В.Б.,Полнарев А.Г. Удивительная гравитация. - М.: Наука, 1985.
5. Зельдович Я.Б., Хлопов М.Ю. Драма идей в познании природы. - М.: Наука, 1988.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. - М.: Наука, 1972.
7. Львов Вл. Эйнштейн. - М.: Наука, 1959.
8. Новиков И.Д. Энергетика черных дыр. - М.: Знание. Серия: Физика, 1986.
9. Новиков И.Д. Как взорвалась Вселенная. -М.: Б-ка “Квант”, 1988.
10. Пайс А. Научная деятельность и жизнь А.Эйнштейна. - М.:Наука,1989.
11. Розман Г.А. Специальная теория относительности. ЧI данной книги.
12. Сб.”Школьникам о современной физике”. - М.: Просвещение, 1974.
13. Фролов В.П. Гравитация, ускорение, кванты. - М.: Знание. Серия: Физика, 1988.
14. Фролов В.П. Введение в физику черных дыр. - М.: Знание. Серия: Физика, 1983.
15. Визигин В.П. Релятивистская теория тяготения. - М.: Наука, 1981.

Приложения

Приложение 1. **Вывод формулы (9.8)**

Для преобразования формулы (9.7) для случая слабого гравитационного поля были введены следующие приближенные значения компонент метрического тензора:

$q_{11}=q_{22}=q_{33}=1+p$; $q_{44}=-c^2(1+q)$; $g_{\alpha\beta}=r_{\alpha\beta}$ при $\alpha\neq\beta$,

где p, q и $r_{\alpha\beta}$ малы по сравнению с единицей. Подставим эти значения компонент метрического тензора в формулу (9.7):

$$E=\frac{mc}{-i}\left(q_{44}dx_4+q_{34}dx_3+q_{24}dx_2+q_{14}dx_1\right)\left(\sum_{\alpha,\beta}q_{\alpha,\beta}dx_\alpha dx_\beta\right)^{-1/2} \qquad (\text{П}.1)$$

Преобразуем числитель:

$q_{44}dx_4+q_{34}dx_3+q_{24}dx_2+q_{14}dx_1=$

$=-c^2(1+q)dt+r_{34}dx_3+r_{24}dx_2+r_{14}dx_1=$

$$=-c^2dt\left(1+q-\frac{r_{14}}{c^2}u_x-\frac{r_{24}}{c^2}u_y-\frac{r_{34}}{c^2}u_z\right)$$

Преобразуем знаменатель:

$$\left(\sum_{\alpha,\beta}q_{\alpha,\beta}dx_\alpha dx_\beta\right)^{1/2}=(q_{11}dx_1^2+q_{22}dx_2^2+q_{33}dx_3^2+q_{44}dx_4^2+$$

$+2q_{12}dx_1dx_2+2q_{13}dx_1dx_3+2q_{14}dx_1dx_4+2q_{23}dx_2dx_3+$

$+2q_{24}dx_2dx_4+2q_{34}dx_3dx_4)=$

$=(1+p)dx_1^2+(1+p)dx_2^2+(1+p)dx_3^2-$

$-c^2(1+q)dx_4^2+2r_{12}dx_1dx_2++2r_{13}dx_1dx_3+2r_{14}dx_1dx_4+2r_{23}dx_2dx_3+$

$+2r_{24}dx_2dx_4+2r_{34}dx_3dx_4=$

Так как $cdx_4=cdt$, $c^2dx_4^2=c^2dt^2$, то вынесем из-под корня $\left(-c^2dt^2\right)^{1/2}=icdt$ и сократим числитель и знаменатель на общий множитель cdt. Далее разделим все члены на $-c^2dt^2$.

$$=\left((1+q)-\frac{1+p}{c^2}\cdot\frac{dx_1^2+dx_2^2+dx_3^2}{dt^2}-2r_{i,k}\frac{dx_idx_k}{c^2dt^2}\right)^{1/2}=$$

$$=\left(\begin{aligned}&(1+q)-\frac{u^2}{c^2}(1+p)-2r_{12}\frac{u_xu_y}{c^2}-2r_{13}\frac{u_xu_z}{c^2}-2r_{14}\frac{u_x}{c^2}-2r_{23}\frac{u_yu_z}{c^2}-\\&-2r_{24}\frac{u_y}{c^2}-2r_{34}\frac{u_z}{c^2}\end{aligned}\right)^{1/2}$$

$i\neq k=1,2,3,4;\ dx_4=dt$

Составляя исходную формулу, получаем (9.8).

Приложение 2. **Краткий толковый словарик терминов, встречающихся в данном пособии**

Абсолютная величина - физическая величина, имеющая одно и то же значение в любой системе отсчета (инвариант - синоним). Например, длина в классической механике - абсолютная величина, скорость света в специальной теории относительности - инвариант.

Абсолютная система отсчета - избранная система отсчета, относительно которой движение и покой имели бы абсолютный характер. Такая система отсчета предполагалась существующей в механике Ньютона, ее представляли в виде “ящика”, вместилища всего мира. Такую систему отсчета пытались связать с эфиром. В СТО А. Эйнштейн показал, что абсолютной СО не существует, все СО, движущиеся относительно друг друга равномерно и прямолинейно - инерциальные системы отсчета - равноправны. Эйнштейну не потребовался эфир, так как он признал за электромагнитным полем физическую реальность, материальную среду, для существования которой не нужна промежуточная среда вроде эфира.

Близкодействие - принцип современной физики, считающей, что не существует материального процесса, скорость распространения которого превышает скорость света в вакууме. Согласно принципу близкодействия взаимодействие (информация) передается от точки к точке с конечной скоростью.

Близнецов парадокс - эффект, объясняемый в ОТО фактическим, а не относительным, как в СТО, различием хода часов в неинерциальных системах отсчета. Суть парадокса состоит в том, что один из близнецов остается на Земле (ИСО), другой же улетает на космическом корабле (НСО) и по возвращении домой не застает одногодок, так как (в зависимости от величины ускорения ракеты) на Земле пройдет десятки (сотни) лет, в то время как на корабле пройдет лишь несколько лет.

Величина относительная - величина, численное значение которой зависит от выбора СО. Например, относительной величиной является координата события, или скорость движения объекта.

Волны гравитационные - процесс распространения возмущения, возникающего в пространстве-времени из-за нарушения стационарного состояния небесных тел. Например, гравитационные волны должны возникать при взрыве звезд в результате нарушения равновесия сил гравитационного сжатия и сил, связанных со световым давлением. До сих пор гравитационные волны экспериментально не обнаружены.

Геодезическая линия - кратчайшая траектория, соответствующая свойствам геометрии пространства - времени. В евклидовой геометрии - это прямая линия. В неевклидовой геометрии вид геодезической кривой зависит от свойств данной геометрии, которые, в свою очередь, зависят от материальных тел, заполняющих пространство-время.

Гравитационный радиус - радиус сферы, на поверхности которой сила тяготения, созданная массами, лежащими внутри этой сферы, стремится к бесконечности. Если звезда под действием гравитационных сил сожмется до размеров, меньших ее гравитационного радиуса, то никакая информация - сигнал не сможет преодолеть поле тяготения такой сжавшейся (сколлаптировавшейся) звезды. Поэтому такой объект Вселенной получил название "черная дыра".

Горизонт мира - расстояние до самых удаленных звезд, от которых воспринимается сигнал (видимого или рентгеновского диапазона). Принимается, что это расстояние порядка 10-15 млрд.световых лет (1 световая секунда - это расстояние, которое свет проходит за 1 секунду, оно равно 300000 км.).

Гравитационный коллапс - катастрофическое сжатие звезды под действием сил тяготения. Этот процесс может наступить тогда, когда выгорает "звездное горючее" и световое давление не может уравновешивать силы тяготения.

Гравитон - гипотетическая частица, сопоставляемая в квантовой теории гравитации возмущенному состоянию гравитационного поля.

Дальнодействие - основное представление (принцип) классической механики, утверждающее, что действие (информация) может передаваться на любое расстояние мгновенно. С этим утверждением согласуется классическая теорема сложения скоростей, из которой следует существование бесконечной скорости.

Доплера эффект - изменение воспринимаемой частоты колебаний звуковых и электромагнитных волн при относительном движении источника и приемника волн. Оптический Доплера эффект позволил установить, что Вселенная в видимой ее части расширяется.

Инерциальная система отсчета (ИСО) - система отсчета, в которой выполняется закон инерции: свободное тело или покоится, или движется равномерно и прямолинейно. Таких СО существует бесчисленное множество, они движутся относительно друг друга равномерно и прямолинейно. Все ИСО равноправны и выбор одной из них обусловлен лишь физической необходимостью и простотой математических расчетов.

Инвариантность - сохранение (неизменность) вида формулы (или численного значения физической величины) при преобразовании координат и времени. В классической механике формула 2-го закона Ньютона (а следовательно, ускорение, масса, сила) инвариантна относительно формул преобразования координат и времени Галилея; в СТО инвариантность проявляется относительно формул преобразования координат и времени Лоренца.

В СТО инвариантными являются все 4-х векторы (интервал, 4-х вектор скорости, 4-х вектор энергии-импульса и т.д.).

Интервал - новая абсолютная (инвариантная) величина, введенная в СТ0 взамен по отдельности относительных длины и времени. Немецкий математик Риман (XIX в.) показал, что интервал полностью отражает все свойства геометрии пространства-времени.

Космология - физическое учение о строении и происхождении Вселенной.

Красное смещение - один из эффектов, предсказанных ОТО. Оно обусловлено свойствами неэвклидового пространства-времени, с влияниями на эти свойства гравитирующих тел. При выходе электромагнитных волн из сильного гравитационного поля частота волн уменьшается. Первопричиной красного смещения является замедление хода часов (периодических процессов), в сильном гравитационном поле, частота же периодических процессов обратно пропорциональна периоду колебаний.

Коллапс звезды - см. Гравитационный радиус.

Метрический тензор - совокупность величин, определяющих геометрические свойства пространства-времени. Его компоненты определяются как расположением, так и величиной, и движением тяготеющих масс.

Мёссбауэра эффект - испускание или поглощение гамма-квантов атомными ядрами, расположенными в узлах кристаллической решетки твердого тела. Это излучение не сопровождается изменением внутренней энергии тела и спектральные линии излучения имеют очень малую естественную ширину.

Неинерциальная система отсчета (НСО) - СО, в которой помимо сил ньютоновской природы, обусловленных взаимодействием тел, вводятся силы инерции, обусловленные ускоренным движением СО, или локально эквивалентными им гравитационные силы.

Однородность и изотропность пространства - равноценность всех точек и всех направлений пространства.

Однородность времени - равноценность всех моментов времени, которые можно принять за начало отсчета времени.

Принцип относительности - один из постулатов СТО, утверждающий, что во всех ИСО действуют одни и те же законы природы.

Принцип эквивалентности - в ОТО этот принцип утверждает, что физически невозможно отличить ИСО, покоящуюся в гравитационном поле, от НСО, .движущейся с соответствующим ускорением вне гравитационного поля. В общем случае гравитационное поле и ускоренное движение могут быть сложной конфигурации и временной зависимости.

Система отсчета - в современной физике - это физическая лаборатория со всеми необходимыми приборами, используемыми при изучении физических процессов. В понятие СО обязательно входят такие элементы, как тело отсчета, система координат, масштабы и часы.

Световой год - единица измерения расстояния, равная пути, проходимому светом за один год. Он равен $9{,}46.10^{12}$км.

Содержание

Р649

Герман Аронович Розман

ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Технический редактор Кирсанов А.А.

Издательская лицензия **ИД №06024** от 09.10.2001 года.
Сдано в набор 20.12.2004 г. Подписано в печать 14.01.2005 г. Формат 60x90/16.
Объем издания в усл.печ.л. 16. Тираж 300 экз. Заказ № ***.

Псковский государственный педагогический университет им. С.М.Кирова,
180760, г. Псков, пл. Ленина, 2.
Редакционно-издательский отдел ПГПУ им. С.М.Кирова,
180760, г. Псков, ул. Советская, 21, телефон 2-86-18.