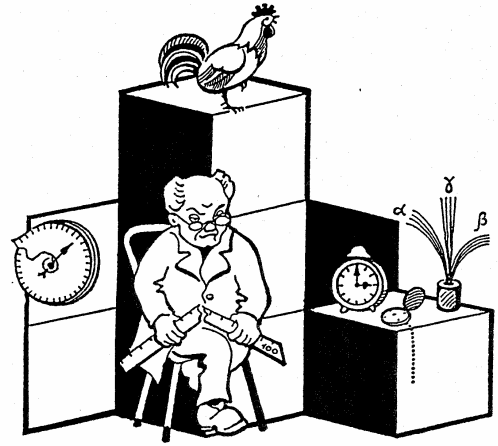
А. А. ЗЫКОВ

СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ БЕЗ ЭТАЛОНОВ ДЛИНЫ



А.А.Зыков

СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ БЕЗ ЭТАЛОНОВ ДЛИНЫ

Одесса
"Астропринт"
2009

ББК 22.313.2
З-966
УДК 530.1

Линейность преобразований пространственно-временны́х координат (декартовых) точечного события при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой в одномерном случае не вытекает только из двух постулатов Эйнштейна и требует дополнительной гипотезы (естественной и правдоподобной), для которой даются три эквивалентные формулировки. В плоскости же и в пространстве предположение о линейности этих преобразований несовместимо с евклидовостью световой метрики. Выявление ошибок традиционного построения СТО (специальной теории относительности) значительно облегчается благодаря отказу от “жестких” эталонов длины: скорость света (в вакууме) принята за безразмерную единицу, все измерения производятся только с помощью часов и световых (или радиолокационных) сигналов, а расстояния выражаются в единицах времени. Намечены два подхода к строгому обоснованию СТО: на основе неевклидовой кинематики и с помощью абстрактно-алгебраической теории пространственно-временны́х интервалов.

Книга предназначена для тех, кого не пугает материально невыгодная работа по логическому обоснованию физических теорий; понимание же поставленных проблем не требует от читателя высшего образования, но нуждается в непредвзятом отношении и соблюдении элементарной логики.

Автор – ***Зыков Александр Александрович***, д-р физ.-мат. наук, профессор-консультант Южного научного центра НАН и МОН Украины (Одесса 65044, Удельный переулок, 6). Одесса 65104, улица Ильфа и Петрова, дом 13А, кв.12, телефон (38/0482)44-46-02, e-mail < zykov@okean.odessa.ua>.

Рецензенты:
А.И.Уёмов, профессор философского факультета Одесского национального университета им. И.И.Мечникова;
В.М.Кругляк, профессор кафедры механики Одесского института сухопутных войск.

Обложка ***Е.Г.Лобынцевой***

Книга издана благодаря спонсорской поддержке внука
Зыкова Владимира Александровича

З $\dfrac{\text{1604030000–103}}{\text{549–2003}}$ Без объявл.

ISBN 966–549–958– 0

СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Введение

Среди разнообразных оценок СТО, со времен ее возникновения и до наших дней, отчетливо выделяются две крайних:

1. Это абсурдная псевдотеория.
2. Эта гениальная теория полностью обоснована.

Первую, замешенную на невежестве и антисемитизме, можно было бы целиком проигнорировать, не будь в традиционном изложении СТО не только невразумительно объясняемых “парадоксов”, но и серьезных недомолвок и принципиальных неясностей уже в самом начале. Однако не эта, а вторая точка зрения является подлинным препятствием на пути дальнейшего обоснования и теоретического построения СТО: те физики, которые просто ***верят*** в ее логическую безупречность (особенно в интерпретации Минковского) и практически пользуются получаемыми с ее помощью числовыми результатами, даже слышать не хотят о каких-то неясностях в основах и о необходимости их частичного пересмотра, с порога отвергая подобные шаги как “безграмотные”.

Мы не можем принять в чистом виде ни одну из этих точек зрения, и бесперспективно искать здесь какой-то “политический компромисс”. Как говорил великий Гёте, между крайностями лежит не истина, а проблема. Не претендуя на ее полное решение, мы считаем своим долгом в меру сил избавиться от широко распространенных ошибок традиционного построения СТО, в частности, связанных с применением принципа относительности Галилея – Ньютона – Эйнштейна – Пуанкаре; сам же принцип мы считаем незыблемой основой физических явлений.

Уже Галилеем этот принцип был выдвинут как универсальный; но возможные в то время эксперименты, включая умозрительные, относились только к макротелам, движущимся с весьма умеренными скоростями, и лишь значительно позже Майкельсон на опыте подтвердил применимость этого принципа также к процессу распространения света. Нисколько не умаляя заслуг Эйнштейна и Пуанкаре, надо тем не менее сказать, что никакого нового принципа относительности они не открыли, а “только” напомнили о необходимости проверки прежнего по отношению и к таким физическим явлениям, изучение которых было недоступно первооткрывателю. Сейчас мы знаем, что различные физические процессы тесно взаимосвязаны и, скажем, при отражении от стены фотона или резинового мячика задействованы как "чисто механические“, так и электромагнитные и другие силы; поэтому противоестественно полагать, будто лаборант своими оптическими опытами внутри замкнутого космического корабля может обнаружить его “абсолютное” инерциальное движение, тогда как девочка, играющая там же в мяч, принципиально неспособна это сделать.

В отличие от скорости, об “абсолютном” ускорении корабля можно узнать с помощью только внутренних экспериментов; в частности, при отсутствия ускорения корабль является инерциальным, и это состояние воспринимается путешественниками как невесомость. Не выглядывая наружу, можно констатировать отсутствие поступательного ускорения и вращения, но наличие или отсутствие скорости корабля “в пространстве” установить нельзя не из-за нехватки надлежащих средств наблюдения и измерения, а ввиду бессодержательности самого понятия “абсолютной скорости”[1] для какого бы то ни было тела, пребывающего в инерциальном состоянии.

Традиционное изложение СТО обычно начинается с разговоров о постоянстве скорости света в пустоте и с изображения двух координатных систем, одна из которых (“штрихованная”) движется прямолинейно и равномерно относительно другой (“нештрихованной”), условно принимаемой за неподвижную. При этом всякий раз забывают напомнить, что числовые значения координат точки в каждой системе имеют смысл только тогда, когда в ней задана своя единица длины, и что лишь при надлежащем согласовании этих эталонов, а также

---

[1] Впрочем, ее можно трактовать как потенциал ускорения: разность “абсолютных скоростей”, накопившаяся за определенный промежуток времени, полностью определяется значениями ускорения в этом промежутке.

единиц измерения времени можно говорить о совпадении числовых значений скорости. Как соотносятся эталоны – об этом читатель узнаёт лишь впоследствии, а до того вынужден вместо понимания довольствоваться привыканием, поневоле представляя себе метры и секунды разных систем как “одинаковые” в классическом смысле.

А.Эйнштейн говорит не без сожаления [Э, стр. 151] о необходимости принять гипотезу существования твердых стержней. Вопрос же, как на самом деле изменяется такой стержень под влиянием ускорений при передаче его из неподвижной системы в движущуюся, не имеет однозначного ответа. Даже из беглого ознакомления с работой [Фб] становится ясной несостоятельность рассуждений с “одним и тем же” эталоном длины в системах, движущихся по отношению друг к другу, и мы отметим лишь, что упомянутые там два подхода – передача эталона из “неподвижной” системы в движущуюся и изготовление тождественного эталона в самой движущейся системе из ее материала – принципиально не различаются: чтобы установить идентичность движущегося атома платины или иридия с “неподвижным”, надо совместить их в единой лаборатории, а это всё равно что “остановить” или “разогнать” один из стержней-эталонов. Не спасает положения и замена стержня другим эталоном – длиной волны определенной спектральной линии: ускорение атома может исказить орбиту электрона (картину распределения плотности вероятности его местонахождения относительно ядра), что отразится на характере излучения. Также непонятно, например, в каких метрах – “неподвижных” или “движущихся” – длина волны оранжевой линии криптона равна $0{,}60578\cdot 10^{-6}$ *м*; если же в обоих случаях это число одинаково, то соответствующую длину волны нельзя считать универсальной единицей из-за непостоянства ее “фактической протяженности” (которую можно идентифицировать, например, с помощью цветной фотобумаги, не прибегая к измерениям времен и расстояний). Наконец, в каких “метрах” и “секундах” скорость света

$$c = 2{,}997925 \cdot 10^8 \; м/сек$$

(и какой точечный объект понимается здесь под “светом”)?

Чтобы не наталкиваться на подобные неясности с самого начала, мы предлагаем такое построение СТО, при котором скорость света принимается за безразмерную единицу и все измерения производятся только часами, без использования “жестких” стержней и других эталонов длины (об этой возможности наиболее удачно сказано, пожалуй, в [Б], но и там как бы “между прочим”). Проблема согласования эталонов в разных системах этим, конечно, не снимается, но сводится к идентификации часов. О “чисто педагогических” преимуществах нашего подхода можно спорить, но, как будет видно из дальнейшего, выявление скрытых гипотез, подлинных противоречий и просто ошибок при этом значительно упрощается.

События и мировые точки

Физические события совершаются в пространстве и времени, которые составляют цельный пространственно-временнóй континуум, кратко называемый также *миром*. Мы предпочитаем последний термин, ибо реальный мир в его диалектическом единстве может проявлять как непрерывные (континуальные) свойства, так и дискретные. Всякое событие на самом деле происходит где-то и когда-то, но вопросы “где именно?” и “когда именно?” без учета других событий не имеют смысла: мир однороден, и сами по себе его “пункты”, как и “мгновения”, неотличимы друг от друга.

Под ***событием*** здесь и в дальнейшем понимается *точечное событие* – такое, что размерами охватываемой им территории и его продолжительностью можно пренебречь. Истинность каждого из двух бинарных отношений – высказываний о парах событий

$\mathbf{L}(A, B)$ – “события A и B произошли в одном и том же месте”,

$\mathbf{T}(A, B)$ – “A и B произошли в один и тот же момент”

зависит от выбора системы отсчета места и времени, а из инвариантных свойств мы можем пока назвать лишь такие тривиальные, как рефлексивность и симметрия, но не транзитивность.

Однако неопределенность отношений **L** и **T** по отдельности чудесным образом исчезает в их конъюнкции

$$\mathbf{S}(A, B) \;=\; \mathbf{L}(A, B) \;\&\; \mathbf{T}(A, B),$$

т.е. отношение “события A и B произошли там же и тогда же” обладают всеми тремя свойствами, характеризующими эквивалентность:

$$\mathbf{S}(A, A)\,, \qquad (Ref)$$
$$\mathbf{S}(A, B) \;\Rightarrow\; \mathbf{S}(B, A), \qquad (Sym)$$
$$\mathbf{S}(A, B)\;\&\;\mathbf{S}(B, C) \;\Rightarrow\; \mathbf{S}(A, C), \qquad (Tr)$$

вследствие чего события в мире распределяются по классам ***совмещенных*** – случившихся в одном месте одновременно; каждый класс определяет ***мировую точку***.

При таком определении мировой точки ясно, что ее нельзя отождествлять с каким-то конкретным событием своего класса: если A – это столкновение некоторого точечного тела с другим, B – столкновение второго тела с третьим, происшедшее там же и тогда же, то событие C – столкновение первого тела с третьим – тоже произошло там же и тогда же, иначе говоря, все три события случились в одной мировой точке; в ней же могли произойти и другие события, например воспламенение первого тела от удара о второе, резкий звук от удара второго о третье и еще какие-нибудь события, даже не связанные с упомянутыми. Но и в традиционном изложении СТО следовало бы избегать высказываний типа «событие определяется местом, где оно произошло, и временем, когда оно произошло» [ЛЛ, стр. 128], «любая точка x_0, y_0, z_0, t_0 в пространстве-времени называется событием» [КНР, стр. 365] и т.п.; как мы увидим впоследствии, такие “всего лишь неточные” формулировки могут приводить к фактическим ошибкам.

Основной объект нашего изучения – ***элемент***, называемый в случае надобности также часами, лабораторией, точечным телом и т.д. Он должен быть, с одной стороны, настолько мал, чтобы встречу (столкновение или “прохождение одного сквозь другой”) двух элементов можно было считать точечным событием, но, с другой стороны, достаточно велик, дабы вместить измеритель времени и другие необходимые приборы, а также определять внутренними средствами состояние инерциальности[2].

Оставим пока в стороне два трудных вопроса, имеющих не только физическое, но и важное философское значение. Во-первых, поскольку понятие мировой точки относительно и по мере совершенствования средств наблюдения и измерения одна мировая точка может распадаться на множество “более мелких”, надо само это понятие согласовать с принципом неопределенности квантовой физики. Во-вторых, в реальном мире происходят всё новые и новые события, как детерминированно, так и случайно, значит, возникают и новые мировые точки; но такой процесс нельзя мыслить в обычном времени, ибо оно уже включено в состав мира, и это развитие надо представлять в каком-то “метавремени” либо вообще в ином смысле. Те же трудности всплывают при определении *мировой линии* – пространственно-временно́й траектории элемента M – как множества тех мировых точек X, для которых истинно высказывание $\mathbf{S}(M_X, A_X)$, где M_X – событие “M находися в X”, а A_X – любое другое событие из класса эквивалентности, определяющего точку X. Выход из этого положения нам пока не ясен, однако заметим, что искать его надо и при традиционном изложении, причем не только СТО (см. [C, §17]), но и классической механики Галилея – Ньютона.

.

[2] В действительности далеко не всегда инерциальность лаборатории можно обеспечить с необходимой степенью точности, и в результаты наблюдений надо вносить поправки. Но в принципе производить измерения в неинерциальной лаборатории – всё равно что для точного определения длин пользоваться такой линейкой, которая в процессе измерения сама сжимается или растягивается.

Впоследствии к элементам будут отнесены и такие точечные объекты, которые не являются материальными телами (частицами) и поэтому не могут служить часами или лабораторией – например, солнечный зайчик. Пример “нематериального элемента” в классической механике: центр тяжести бублика.

Естественные часы

Приборы для измерения времени, основанные на физических явлениях разной природы (пружинные, кварцевые, молекулярные, атомные, биологические и другие часы), в принципе можно проградуировать по общей шкале. Если, например, в качестве секунды принять деление циферблата, соответствующее периоду полураспада изотопа тория Th-224, то за 45-минутный "академический час" распадется ровно половина лабораторного запаса изотопа индия In-117, а за 50-минутный – половина изотопа тантала Ta-185, за сутки часовая стрелка дважды обойдет циферблат, и именно через этот же промежуток времени повторит свой призыв петух. Движение элемента, содержащего несколько таких измерителей времени, назовем ***допустимым***, если в процессе этого движения их показания совпадают, и примем гипотезу, что к допустимым относятся все инерциальные движения, а также некоторые неинерциальные, посредством которых лаборатория переводится из одного инерциального состояния в другое: речь идет об "умеренных" ускорениях, не вызывающих поломку часов и не нарушающих "ритма их нормальной работы". Отвлекаясь от конкретного устройства часов, будем представлять себе их упрощенно в виде круглого циферблата с делениями, который пробегает единственная стрелка[3]. Часы должны быть столь малы, а деления на циферблате расположены так густо, чтобы весь прибор можно было считать элементом, событие $A(t)$ – "часы A показывают время t" – точечным, а переменную t пробегающей любой отрезок действительной оси. Бесконечность циферблата и точечность событий типа $A(t)$ гарантируют неповторяемость показаний часов, а однозначность показаний выражается требованием

$$\forall t, t'\colon \ \mathbf{S}(A(t), A(t')) \ \Rightarrow \ t = t',$$

[3] Чтобы циферблат был потенциально бесконечным, можно представить, что его вырезают из римановой поверхности для функции $z = \ln w$ или, что равносильно, для взаимосвязи декартовых и полярных координат.

которое всегда будем считать выполненным. Перевод стрелки часов A на величину Δt (“вперед” при $\Delta t > 0$ и “назад” при $\Delta t < 0$) равносилен замене A другими часами A', для которых

$$\forall t\colon\ \mathbf{S}(A(t),\ A'(t + \Delta t)),$$

или просто джентльменскому соглашению: “давайте отныне к показаниям часов всегда прибавлять Δt”.

Описанные здесь “абстрактные часы” можно назвать ***естественными***, поскольку, будучи помещены в инерциальную лабораторию, они идут в соответствии с естественным ходом физических событий в ней. Но существуют и другие измерители времени, например “декретные часы”, показания которых всё время искусственно подгоняются под синхронизирующие сигналы из центра службы времени; в дальнейшем под часами мы будем, если нет особой оговорки, понимать естественные часы.

Если B – какое-то событие, то истинность $\mathbf{S}(A(t_o),\ B)$ означает, что B произошло в одном месте с часами A в момент t_o по ним. К таким B будем кроме событий типа $A(t_o)$ относить посылку, прием, пропускание или отражение ***сигнала*** – короткого светового или локационного импульса, перевод стрелки, встречу A с другими часами и т.п. и регистрацию любого такого события. Для дальнейшего очень важно заметить, что

> ***если двое часов A_1 и A_2 при встрече показывают соответственно t_1 и t_2, то этот факт не зависит от системы отсчета, из которой ведется наблюдение за часами.***

Действительно, часы можно технически оформить так, чтобы лишь при совмещении их друг с другом, стрелки A_1 с t_1-контактом и стрелки A_2 с t_2-контактом замыкалась электрическая цепь и происходил взрыв: случится он на самом деле или нет – это ведь не зависит от наблюдателя, никак не влияющего на ход встречи A_1 с A_2. Три события: $A_1(t_1)$, $A_2(t_2)$ и встреча часов – попарно находятся в отношении $\mathbf{S}$, и им соответствует одна мировая точка.

Часы A и A' считаются ***идентичными***, если они удовлетворяют следующему условию**:** предположим, что с помощью допустимых движений эти часы совместили и их стрелки поставили на одно и то же деление t_0; тогда при любых последующих допустимых поступательных движениях элемента, состоящего из склеенной пары часов, их показания будут совпадать[4], т.е.

$$\forall t:\ t \geq t_0 \ \Rightarrow\ \mathbf{S}(A(t),\ A'(t)).$$

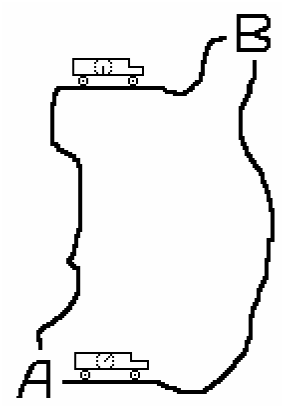
Допустим теперь, что двое идентичных часов были при совмещении поставлены на одно и то же время, после чего в результате раздельных допустимых передвижений снова оказались совмещенными; будут ли они и на этот раз показывать одинаковое время?

В частных случаях (например, если оба перемещения “симметричны”) показания могут и совпасть, но ниоткуда не следует, что так должно быть всегда. Привычное представление (которое Ньютон вынужден был принять как гипотезу) об “абсолютном времени”, универсально текущем в пустом пространстве, сейчас уже опровергнуто не только теоретически, но и экспериментально; однако многочисленные популяризаторы (см., например, [Ш]) до сих пор тратят много сил на то, чтобы разрушить у читателя сложившийся стереотип. Мы постараемся как можно проще сделать очевидным естественный факт относительности времени.

Из пункта A в пункт B едут (с разными скоростями и ускорениями) по разным дорогам две автомашины; весьма маловероятно, что оба пути имеют совершенно одинаковую длину, поэтому по прибытии в B счетчики километров этих машин почти наверняка покажут разные величины. (Показания были бы одинаковыми, если бы счетчики отражали не длину пройденного пути, а, скажем, “абсолютные” географические координаты того пункта, где в данный момент находится машина.)

---

4 Речь идет именно о поступательных движениях пары, ибо при вращении такой “часовой гантели” (не вокруг центра симметрии) показания могут и разойтись.



Но кроме счетчиков расстояний машины снабжены еще и часами. Предположим, что обе они выехали из A одновременно, их часы были поставлены на ноль, и в B они прибыли одновременно; будут ли показания часов совпадать и в момент прибытия? Ответ был бы утвердительным, если бы часы отражали “абсолютное” (или хотя бы “декретное”) время, но на самом деле они идут согласно естественному ходу времени в своих машинах, пробегающих разные траектории в пространственно-временно́м континууме, и нет никаких оснований считать, что показания обоих часов совпадут. Это не новая догма, а лишь освобождение от застарелой!

В свете сказанного уже не слишком удивит нас тот факт, что отношение ***тавтохронности*** – “при встрече часы показывают одинаковое время”, – будучи, очевидно, рефлексивным и симметричным, не является транзитивным. Именно, пусть часы A, B и C движутся инерциально по одной прямой так, что сначала встречаются A с B, затем B с C и наконец A с C. Если Δt_1 – интервал времени между первой и второй встречами, Δt_2 – между второй и третьей, оба измеренные часами A, то интервал между первой и третьей встречами равен по тем же часам $\Delta t_1 + \Delta t_2$ – факт чисто арифметический. Но, как мы покажем в I главе (формула (5’)), по часам B первый интервал должен быть $\sqrt{1-u^2}\,\Delta t_1$, по часам C второй интервал будет $\sqrt{1-v^2}\,\Delta t_2$, где u и v – скорости часов B и C относительно A. При тавтохронности часов A с B и B с C, последние, встретившись с первыми, покажут меньше на

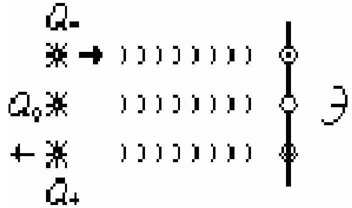
$$(1-\sqrt{1-u^2})\,\Delta t_1 + (1-\sqrt{1-v^2})\,\Delta t_2 .$$

ГЛАВА I: ОДНОМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО

Одномерная кинематика

Здесь мы рассматриваем движение тел вдоль фиксированной “неподвижной” прямой, в элементарной близости от нее; два или три элемента в одной точке могут столкнуться или “пройти друг через друга”, и такие события считаются точечными. Сама “основная прямая” в качестве протяженного “бестелесного тела” должна быть инерциальной. Без изучения таких “тел” в пространстве мы не можем уточнить фигурирующие здесь понятия, поэтому, начиная строить СТО с одномерного случая, вынуждены принять их как “самоочевидные”.

Чтобы не опираться на определение скорости как отношения пути ко времени, будем понимать постулат о постоянстве скорости света или о независимости скорости сигнала от состояния движения источника следующим образом. Пусть Q_{-}, Q_{o}, Q_{+} – три источника, *Э* – экран, относительно которого Q_{o} неподвижен, источник же Q_{-} приближается к экрану, а Q_{+} от него удаляется, и пусть в момент совмещения всех трех источников каждый из них испускает световой импульс, так что три события – вспышки источников – попарно находятся в отношении **S**. Тогда и касания волновых фронтов от этих вспышек с экраном тоже будут попарно находиться в отношении **S**, т.е., как и вспышки, произойдут в одной мировой точке. А тот факт, что оба раза три совмещенных события различны, станет особенно наглядным, если предположить, что испущенный свет был желтым: импульс от Q_{o}, дойдя до экрана, сохранит свой цвет, тогда как из-за эффекта Допплера сигнал от Q_{-} прибудет на *Э* “позеленевшим”, а от Q_{+} – “покрасневшим”.



Пусть A – часы в инерциальном состоянии, которые мы условно выберем за неподвижный наблюдательный пункт. Чтобы иметь какое-то представление о положении некоторого объекта (элемента) M, отправим с A в момент t_1 сигнал, и пусть t_2 – момент (тоже по часам A) возвращения сигнала после отражения от M; тогда мы скажем, что

расстояние M от A в момент $(t_1 + t_2)/2$ ***равно*** $(t_2 - t_1)/2$.

Такое определение основано на том, что скорость сигнала не зависит от состояния движения источника, принята за безразмерную единицу и одинакова в обоих направлениях. Первое положение – один из постулатов СТО, но поданный без использования определения скорости как отношения пути ко времени, а последнее положение не является "произвольным соглашением" (как полагали А.Пуанкаре, А.Эйнштейн, Х.Рейхенбах и А.А.Логунов – см. [Лг, стр.25]) и в принципе допускает опытную проверку.

Именно, рассмотрим двое идентичных инерциально движущихся часов A и A', показывающих при встрече одно и то же время t_o. Пусть сигнал, отправленный с часов A в момент $t_1 > t_o$ по ним, принят часами A' по их показанию в момент t_2', а сигнал, посланный с часов A' в момент тоже t_1, но уже по их показанию, достиг часов A в момент t_2 по ним; при разной скорости этих сигналов было бы, очевидно, $t_2' \neq t_2$. Если прямой эксперимент по такой примитивной схеме все еще затруднителен, то косвенных подтверждений того, что всегда должно быть (в вакууме) $t_2' = t_2$, можно найти уже немало.

Поставим теперь задачу не просто узнать расстояние объекта M от лаборатории A в какой-то один момент времени (притом даже заранее не заданный точно), а определить закон движения M относительно A. Объект M может быть не материальным телом, а, например, световым зайчиком, и двигаться по отношению к базе A быстрее света; поэтому нам в общем случае удобно считать, что сигнал отразился не от самого M, а от зеркала, неподвижного относительно A и "случайно" оказавшегося в момент отражения именно там, где сигнал достиг объекта.

Для решения поставленной задачи надо пускать сигналы из A непрерывно (практически – достаточно часто), каждый раз регистрируя момент отправки сигнала и момент возвращения его отражения. Чтобы узнать расстояние M от A в произвольный момент t, ищем в списке тот сигнал, который был отправлен настолько же раньше t, насколько позже вернулось его отражение; если момент отправки $t-r$, а момент возвращения $t+r$, то значение $r = r(t)$ и есть искомое расстояние.

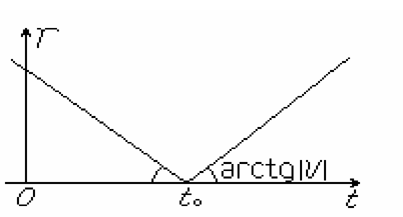
Рассмотрим такой отрезок времени, в течение которого M не сталкивается с A. Если на этом отрезке функция $r(t)$ имеет вид

$$r(t) = vt + r_0, \tag{1}$$

где v и r_0 – постоянные, то движение M относительно A в указанный промежуток времени называется ***равномерным***, а безразмерная величина v – его ***скоростью***; она положительна, когда M удаляется от A, и отрицательна в случае приближения, поскольку $r(t)$ – не координата, а расстояние, которое отрицательным быть не может.

Формула (1) непригодна для такого промежутка времени, внутри которого, в момент t_0, объект M “проходит сквозь” часы A. В этом случае уравнение равномерного движения имеет вид

$$r(t) = \begin{cases} -|v|\cdot(t-t_0) \text{ при } t \le t_0, \\ |v|\cdot(t-t_0) \text{ при } t \ge t_0. \end{cases} \tag{2}$$



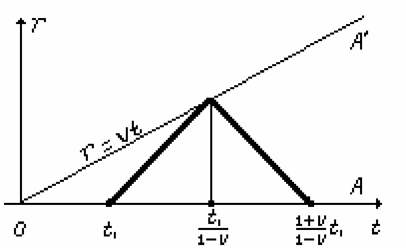
Его можно записать и в привычной форме $r(t) = v\cdot(t-t_0)$, помня, однако, что скорость v постоянна только по абсолютной величине и меняет знак с минуса на плюс при переходе от значений $t < t_0$ к значениям $t > t_0$; такое движение мы тоже считаем равномерным, предполагая, что часы A не оказывают на объект M никакого динамического влияния. Заметим еще, что если определять скорость M относительно A, наблюдая их движения из какой-то сторонней инерциальной системы A', то от выбора последней результат не должен зависеть, в чем можно убедиться “на уровне взрывов и поджогов” (когда M – материальное тело). В самом деле, пусть скорость спички M относительно коробка A по измерениям из A' оказалась равной v', а по измерениям из A'' – равной v'', где $v' > v'' > 0$, причем химические составы A и M подобраны так, чтобы воспламенение происходило при их относительной скорости не меньшей, чем $(v' + v'')/2$. Тогда по мнению первого наблюдателя спичка загорится, а по мнению второго – нет.

Соотношения времен и расстояний

Пусть, по-прежнему в одномерном случае, с инерциальными часами A в момент $t = 0$ совмещены идентичные инерциальные часы A', которые при $t \geq 0$ равномерно удаляются со скоростью $v < 1$; рассмотрим показания $\varphi_v(t)$ часов A' в зависимости от показаний t часов A. Поставив в момент совмещения стрелку A' тоже на ноль, будем иметь для функции φ_v начальное условие

$$\varphi_v(0) = 0. \tag{3}$$

В силу симметрии (одинаковой скорости сигнала в обоих направлениях и идентичности часов A с A') движение A относительно A' тоже равномерное, с той же скоростью v, и зависи-симость показаний часов A' от показаний A выражается той же функцией φ_v.



Сигнал, посланный с часов A в момент t_1 (по ним) к часам A', отразится от них в момент $t_1/(1 - v)$ по часам A, сами же A' при этом покажут время $t_1' = \varphi_v\left(\dfrac{t_1}{1-v}\right)$. Отраженный сигнал вернется к часам A в момент $(1 + v)t_1/(1 - v)$ по ним, а поскольку этот же сигнал согласно постулату о независимости его скорости от состояния движения источника можно считать испущенным часами A' в момент t_1' по ним, то время его прихода в A будет $t_1'/(1-v)$ по часам A' и $\varphi_v\left(\dfrac{t_1'}{1-v}\right)$ по часам A. Следовательно,

$$\varphi_v\left(\frac{t_1'}{1-v}\right) = \frac{1+v}{1-v}\cdot t_1.$$

Заменяя t_1' его выражением через t_1 и вводя новую независимую переменную $t = t_1/(1-v)$, получим для φ_v функциональное уравнение

$$\varphi_v\left(\frac{\varphi_v(t)}{1-v}\right) = (1 + v)t. \tag{4}$$

То же самое уравнение получится, если рассматривать при $t \le 0$ равномерное приближение часов A' к A, только скорость v будет уже отрицательной. (При v и t разных знаков выражению $\varphi_v(t)$ можно приписать лишь чисто формальный смысл.)

Чтобы установить вид функции φ_v, примем гипотезу:

Пусть инерциальные часы A' и объект M движутся в одном направлении, прямолинейно и равномерно, с одинаковой скоростью, от базы наблюдения – инерциальных часов A; тогда по отношению к новой базе A' объект M не имеет поступательного движения.[5]

Предположим, что относительно инерциальных часов A движутся идентичные инерциальные часы A' по закону

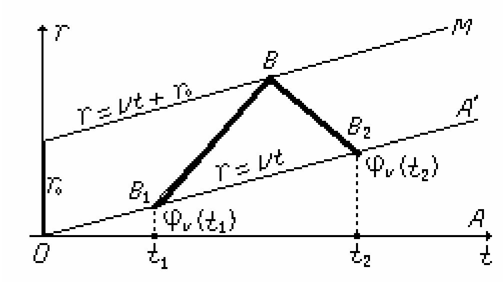
$$r = vt$$

и объект M по закону

$$r = vt + r_0,$$

где $0 < v < 1$ и $r_0 \ge 0$. В какой-то момент $t_1 > 0$ по часам A, т.е. $\varphi_v(t_1)$ по часам A', с последних посылается к M сигнал, и пусть его отражение вернулось к A' в момент $\varphi_v(t_2)$, т.е. t_2 по часам A. Согласно принятой гипотезе, объект M находится от A' на постоянном расстоянии

[5] Несмотря на "очевидность", гипотезу эту нельзя абсолютизировать, как принцип Галилея – Ньютона – Эйнштейна – Пуанкаре: вспомните о "расширяющейся вселенной"!



$[\varphi_v(t_2) - \varphi_v(t_1)]/2$ (в момент $[\varphi_v(t_2) + \varphi_v(t_1)]/2$, значит и все время), т.е. разность $\varphi_v(t_2) - \varphi_v(t_1)$ не зависит от выбора момента t_1.

Нетрудно вычислить, что

$$t_2 = t_1 + \Delta t,$$

где $\Delta t = 2r_o/(1 - v^2) \geq 0$ может быть сделано любым за счет выбора r_o. Беря в качестве t_1 то произвольное t, то 0, получим $\varphi_v(t + \Delta t) - \varphi_v(t) = \varphi_v(t + \Delta t) - \varphi_v(t)$, или, благодаря (3),

$$\varphi_v(t + \Delta t) = \varphi_v(t) + \varphi_v(\Delta t),$$

т.е. функция φ_v аддитивна.

Отсюда еще не следует, что $\varphi_v(t) = k(v)\cdot t$, но это верно при наличии у функции $\varphi_v(t)$ любого из таких дополнительных условий, как монотонность, непрерывность хотя бы в одной точке или ограниченность в каком-нибудь интервале, даже сколь угодно малом (см., например, [БС]). Предположение о том, что φ_v не обладает даже одним из этих свойств (особенно третьим), находится в вопиющем противоречии со всей практикой измерения времени и должно быть отброшено. А тогда функциональное уравнение (4) принимает вид

$$k(v)\cdot\frac{k(v)t}{1 - v} = (1 + v)t,$$

откуда $k(v) = \pm\sqrt{1 - v^2}$. Но знак минус отвечал бы обратному ходу часов A', вопреки их идентичности с A. Итак,

$$\varphi_v(t) = \lambda t, \quad \text{где } \lambda = \sqrt{1 - v^2} \qquad (5)$$

Если при совмещении часов A с A' их показания были соответственно t_o и t_o', то в момент t по часам A часы A' покажут $t' = \varphi_v(t - t_o) + t_o'$, так что для интервалов времени $\Delta t = t_2 - t_1$ и $\Delta t' = t_2' - t_1'$ получаем лоренцово сокращение

$$\Delta t' = \varphi_v(\Delta t) = \lambda\cdot\Delta t. \qquad (5')$$

Расстояние же $r_o' = [\varphi_v(t_2) - \varphi_v(t_1)]/2$ объекта M от A', измеренное часами A', равно

$$\lambda\cdot(t_2 - t_1)/2 = \lambda\cdot 2r_o/2(1 - v^2) = r_o/\lambda,$$

т.е. длина одного и того же “стержня” в связанной с ним инерциальной системе отсчета в $1/\lambda$ раз больше, чем в системе, движущейся по отношению к нему со скоростью v. Напомнив еще раз, что “фактическая протяженность” стержня не зависит от выбора системы наблюдения, различны лишь результаты измерения этой протяженности разными часами, мы в то же время воздержимся от аналогичных высказываний о “фактической продолжительности” процесса, имеющего объективно начало и конец, как, например, полет стрелы из лука в мишень или путешествие близнеца от момента расставания со своим братом-домоседом до возвращения. Если оба они одинакового роста (который к моменту отъезда уже стабилизировался), то встретившись снова и став спинами друг к другу, они опять в этом убедятся, но по своему физическому состоянию (количеству морщин и т.п.) непоседа окажется моложе домоседа, ибо физиологические процессы старения их организмов протекали согласно естественному ходу времени в разных физических системах.

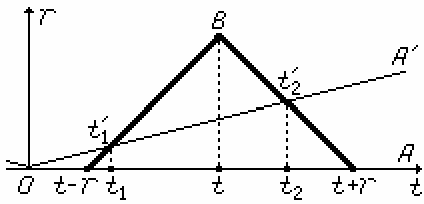
Пусть теперь одно и то же событие **B** (в нашем одномерном мире), случившееся с некоторым элементом B, наблюдается из двух инерциальных часов (лабораторий) A и A' , которые при совмещении показывали одинаковое время $t_o = t_o' = 0$ и движутся со скоростью v по отношению друг к другу. Если измерения этими часами момента события **B** и расстояния его от соответствующих часов привели к результатам (t, r) и (t', r'), то для нахождения выражения этих пар чисел друг через друга надо рассматривать три случая взаимного расположения элементов A, A' и B, поскольку расстояния у нас всегда неотрицательны и сами по себе не указывают, по какую сторону от часов находится B, т.е. какой из трех элементов расположен между двумя другими[6].

---

6 При переходе с языка расстояний (t, r) на язык координат (t, x) это усложнение пропадает благодаря декартову правилу знаков для координат и скоростей. Но с точки зрения физического смысла нам пока выгоднее пользоваться языком (t, r).

<u>Случай (A, A', B).</u> Здесь, как получается методами аналитической геометрии (и ясно из чертежа),

$$t_1 = \frac{t - r}{1 - v}, \quad t_2 = \frac{t + r}{1 + v},$$



и, в силу (5),

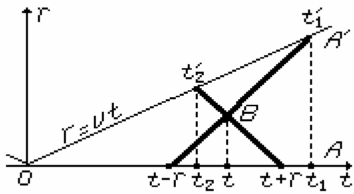
$$t_1' = \lambda\cdot\frac{t - r}{1 - v}, \quad t_2' = \lambda\cdot\frac{t + r}{1 + v},$$

откуда

$$t' = \frac{t_1' + t_2'}{2} = \frac{t - vr}{\lambda}, \quad r' = \frac{t_2' - t_1'}{2} = \frac{r - vt}{\lambda}$$

($t_1' < t_2'$, т.к. $r > vt$) и $t = \dfrac{t' + vr'}{\lambda}$, $r = \dfrac{r' + vt'}{\lambda}$.

<u>Случай (A, B, A').</u> Здесь уже предполагаем, что сигналы, посланные с часов A (в момент $t - r$ по ним) и A' (в момент t_2' по ним) к элементу B, проходят сквозь него одновременно и достигают соответственно часов A' в момент t_1' и часов A в момент $t + r$. Опять

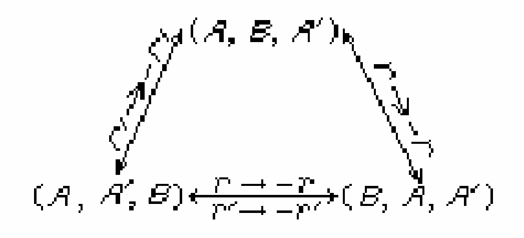


$t' = \dfrac{t - vr}{\lambda}$, но уже $r' = \dfrac{t_1' - t_2'}{2} = \dfrac{-r + vt}{\lambda}$, ибо теперь $t_1' > t_2'$ ввиду $r < vt$, откуда $t = \dfrac{t' - vr'}{\lambda}$ и $r = \dfrac{-r' + vt'}{\lambda}$.

<u>Случай (B, A, A')</u> сводится к первому переменой ролями часов A и A', что дает

$$t' = \frac{t + vr}{\lambda}, \; r' = \frac{r + vt}{\lambda} \quad \text{и} \quad t = \frac{t' + vr'}{\lambda}, \; r = \frac{r' + vt'}{\lambda}.$$

Таким образом, переход от одного случая к другому состоит в изменении знаков перед r и r' согласно диаграмме



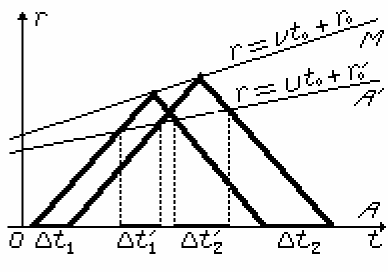
На языке координат все три случая объединяются в общеизвестные преобразования Лоренца

$$t' = \frac{t - vx}{\lambda}, \; x' = \frac{x - vt}{\lambda}, \quad t = \frac{t' + vx'}{\lambda}, \; x = \frac{x' + vt'}{\lambda}, \quad (6)$$

что еще раз подтверждает их справедливость (и адекватность “чисто временнóго” подхода традиционному) в одномерном случае. Из этих же соотношений вытекает и одномерный закон сложения скоростей, который, однако, мы выведем в следующем разделе без их помощи.

Соотношение скоростей

Пусть относительно инерциальной лаборатории A движутся равномерно и прямолинейно другая инерциальная лаборатория A' со скоростью u и объект M со скоростью v; поставим целью выразить через u и v скорость w движения M относительно A'. Для простоты ограничимся случаем, когда в период наблюдения никакие из элементов A, A', M не сталкиваются, причем A' расположен между A и M.



Отправим из A к A' и M два близких сигнала с интервалом Δt_1 и предположим, что часы A' пропускают эти сигналы, а объект M их отражает. Пусть по часам A сигналы пройдут через A' с интервалом $\Delta t_1'$, а их отражения от M – с интервалом $\Delta t_2'$ и вернутся в A с интервалом Δt_2. Тем же методом, что и раньше, получаем[7]

$$\Delta t_1' = \frac{\Delta t_1}{1 - u}, \quad \Delta t_2' = \frac{\Delta t_2}{1 + u} \quad \text{и} \quad \Delta t_2 = \frac{1 + v}{1 - v} \cdot \Delta t_1, \qquad (7)$$

откуда

$$\frac{1 + v}{1 - v} = \frac{1 + u}{1 - u} \cdot \frac{\Delta t_2'}{\Delta t_1'}. \qquad (8)$$

Последнее равенство в (7) говорит также, что если к M послать сигналы от часов A' с интервалом $\Delta t_1''$ (по ним) и притом окажется, что отражения этих сигналов вернулись на A' с интервалом $\Delta t_2''$, то

$$\frac{1 + v}{1 - v} = \frac{\Delta t_2''}{\Delta t_1''};$$

но, ввиду (5'), $\Delta t_2''/\Delta t_1'' = \Delta t_2'/\Delta t_1'$, и из (8) получаем

$$\frac{1 + v}{1 - v} = \frac{1 + u}{1 - u} \cdot \frac{1 + w}{1 - w}, \qquad (8')$$

откуда

$$w = \frac{v - u}{1 - uv}, \quad \text{или} \quad v = \frac{u + w}{1 + uw}, \qquad (8'')$$

а это релятивистский закон сложения скоростей. При этом всегда $|u| = 1$, поскольку часы (лаборатории) A и A' – материальные тела; скорости же v и w объекта M могут принимать любые значения. (Если $|v| > 1$, то $|w| > 1$, и наоборот, и в (8') обе части тогда отрицательны.)

Как видно опять из последнего равенства (7), длина волны света, отраженного от движущегося предмета, изменяется в $(1 + v)/(1 - v)$ раз по сравнению с длиной волны испущенного света, а отношение частот

$$\nu_{\text{отраж}}/\nu_{\text{испущ}} = (1 - v)/(1 + v).^{8}$$

Это двойной (туда и обратно) эффект Допплера, и равенство (8') выражает связь между тремя “коэффициентами перекраски”. При

[7] Здесь опять используется “постулат о независимости”.

[8] Не путать ν (ню греч.) с v (лат.).

прохождении объекта M “сквозь” часы А, формулы (7) – (8”) ввиду (2) теряют силу, а отношение $\Delta t_2/\Delta t_1$ резко меняется с $(1 - |v|)/(1 + |v|)$ на $(1 + |v|)/(1 - |v|)$: сравните с изменением высоты гудка встречного поезда!

Заключение

Из (8”) непосредственно следует справедливость гипотезы, принятой при установлении вида функции $\varphi_v(t)$, а сам закон (8”) хотя и выводится в [Зык1] без явного упоминания этой гипотезы, но, как замечено в конце той же работы, использует скрытое предположение о линейном характере зависимости показаний часов А и А'; таким образом, все три утверждения: гипотеза, линейность функции $\varphi_v(t)$ и соотношение (8”) – равносильны друг другу, и предположение об их справедливости мы назовем ***гипотезой линейности времени***.

Итак, приняв эту гипотезу и опираясь на измерения только часами, мы в одномерном пространстве воспроизвели основные результаты традиционной СТО: сокращения времени и длины, закон сложения скоростей, преобразования Лоренца (из которых сразу же получается инвариантность интервала Минковского между двумя событиями при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой). Сюда следует добавить результаты опыта Майкельсона–Морли, наблюдения за сроком жизни быстрых π^+-мезонов в космических лучах и многие другие экспериментальные факты, подтверждающие (с доступной сейчас точностью измерений) теоретические выводы.

Но всё это только в одномерном случае [9]…

[9] Упомянутые эксперименты по сути одномерны; так, в опыте Майкельсона пришлось прибегнуть к интерференции лучей двух перпендикулярных направлений только потому, что непосредственное измерение времени, за которое сигнал пробежит прямолинейный путь и вернется обратно, не могло тогда быть осуществлено с такой точностью, чтобы уловить разницу между случаями наличия или отсутствия “эфирного ветра”.

ГЛАВА II: ЕВКЛИДОВА ПЛОСКОСТЬ

Измерение расстояний

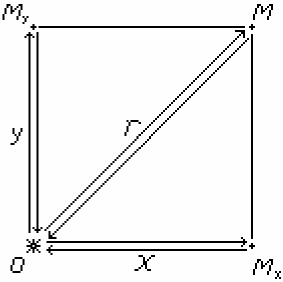
В одномерном случае при рассмотрении отражения сигнала от движущегося объекта M мы заменяли его неподвижным, который можно представлять себе в виде плоского зеркала, перпендикулярного основной прямой. Изучая же поведение элементов и сигналов в плоскости, надо прежде всего уточнить "самоочевидные" представления о характере распространения и отражения сигналов: ведь "элементарность" габаритов объекта и зеркала не мешает последнему иметь какую-то форму и ориентацию отражающей поверхности, меняющую направление светового луча.

Будем считать, что в результате короткой вспышки инерциального точечного источника O, условно принятого за неподвижную базу, возникает волновой фронт в форме окружности, расширяющейся с единичной (и безразмерной) скоростью. Когда фронт достигает объекта M, в соответствующей мировой точке происходит не отражение от самого M, а вспышка вспомогательного источника, неподвижного, но "случайно" оказавшегося именно там[10]; "отраженная" волна – тоже круговая и распространяется с единичной скоростью. Если t_1 – момент отправки исходного импульса, а t_2 – момент возвращения "отраженного", оба по часам O, то момент "отражения от M", регистрируемой в O, есть $t = (t_1 + t_2)/2$, а расстояние $|OM|$ в этот момент $r = (t_2 - t_1)/2$.

Пусть "неподвижный" элемент O (содержащий часы и источник света) принят за начало координат невращающейся прямоугольной системы координат xOy, а ее оси проградуированы (в единицах времени) из O. При данном t координаты x и y объекта M – это расстояния (снабженные

[10] Здесь принцип Гюйгенса–Френеля сочетается с постулатом о независимости формы волнового фронта от состояния движения источника, применявшимся выше только в одномерном случае.

знаками)[11] от O его ортогональных проекций M_x и M_y на оси Ox и Oy в момент t по часам O. (Чтобы само геометрическое проектирование не считалось физическим процессом, занимающим какое-то время, можно заранее нанести на плоскость xOy две системы перпендикуляров из “достаточно густого запаса” возможных положений объекта, и тогда проектирование его на оси сведется к указанию номеров тех двух перпендикуляров, на которых он находится в момент t.)



Итак, $OM_y \perp OM_x$, $MM_x \perp OM_x$, $MM_y \perp OM_y$, и пусть измерения часами O расстояний $|OM_x|$, $|OM_y|$ и $|OM|$ в момент t привели к результатам x, y и r. *A priori* ниоткуда не следует, что $r^2 = x^2 + y^2$ (и что $MM_y \perp MM_x$), ибо геометрия, основанная на посылке и регистрации сигналов, а не на “прикладывании” твердой линейки, не обязана быть евклидовой. Но на данном этапе исследований мы примем ***гипотезу евклидовости световой метрики***. Тогда волновой фронт от импульса, испущенного в момент t_0 неподвижным источником с координатами $(x_0,\ y_0)$, будет при каждом $t \geq t_0$ иметь уравнение

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = (t - t_0)^2, \tag{1}$$

и значение $t = t_0 + [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^{1/2}$, определяемое отсюда, – это момент (по часам O) прихода фронта в заданную точку $(x,\ y)$.

Поперечный эффект Допплера

До сих пор бытует ошибочное мнение, будто поперечный эффект Допплера, в отличие от продольного, при классическом подходе вообще не должен обнаруживаться. Дабы на новом уровне не повторять старых ошибок, мы займемся этим

[11] Переход с языка (t, r) на язык (t, x) или (t, y) и обратно в одномерных подслучаях труда не составляет (см. главу I), но при этом надо соответственно менять знак скорости.

вопросом, хотя в настоящее время он может иметь лишь исторический интерес[12].

Пусть световой (или радиолокационный) импульс испущен в момент t_o (по часам O) источником $O'(x_o + v(t - t_o), y_o)$, двигающимся из точки (x_o, y_o) со скоростью v параллельно оси абсцисс; по законам классической кинематики волновой фронт от этого импульса должен в момент t иметь уравнение

$$[x - x_o - v(t - t_o)]^2 + (y - y_o)^2 = (t - t_o)^2. \qquad (2)$$

Рассмотрим такую ситуацию, когда O' перемещается по оси Ox, т.е. $x_o = y_o = 0$, и испускает два импульса в моменты $t_o = 0$, $t_o = \Delta t > 0$, а в точке $H(0, h)$ с $h > 0$ расположился неподвижный наблюдатель.

Волновой фронт от первой вспышки, распространяющийся по закону $(x - vt)^2 + y^2 = t^2$, достигнет H в такой момент t_1, что

$$(0 - vt_1)^2 + h^2 = t_1^2,$$

т.е. при $t_1^2 = h^2/(1 - v^2) = h^2/\lambda^2$ $(\lambda = (1 - v^2)^{1/2})$, откуда $t_1 = h/\lambda$. Фронт же от второй вспышки, распространяющийся по закону

$$[x - v\Delta t - v(t - \Delta t)]^2 + y^2 = (t - \Delta t)^2$$

(так как источник O' в момент испускания находился уже в точке $(v\Delta t, 0)$, а не O), дойдет до H при таком t_2, что

$$[- v\Delta t - v(t_2 - \Delta t)]^2 + h^2 = (t_2 - \Delta t)^2,$$

или $v^2 t_2^2 + h^2 = (t_2 - \Delta t)^2$, причем $t_2 \geq \Delta t$, откуда

$$t_2 = \frac{\Delta t + \lambda h[1 + (v\Delta t/\lambda h)^2]^{1/2}}{\lambda^2} = \frac{h}{\lambda} + \frac{\Delta t}{\lambda^2} + o(\Delta t)$$

и $t_2 - t_1 = \Delta t/\lambda^2 + o(\Delta t)$.

Если Δt – расстояние между соседними горбами испущенной синусоидальной волны, то $t_2 - t_1$ – аналогичная величина для волны принятой, отношение длин $\dfrac{t_2 - t_1}{\Delta t} = \dfrac{1}{\lambda^2} + \dfrac{o(\Delta t)}{\Delta t} \approx \dfrac{1}{\lambda^2}$,

[12] поскольку неприменимость механики Ньютона к процессу распространения света стала уже не только теоретической, но и практической реальностью.

если Δt очень мало, и отношение частот $\nu_{пр}/\nu_{исп} = \lambda^2 = 1 - v^2$, а вовсе не 1.

С точки зрения традиционной СТО, опирающейся (в плоском случае) на преобразования Лоренца

$$t' = \frac{t - vx}{\lambda}, \quad x' = \frac{x - vt}{\lambda}, \quad y' = y, \qquad (3)$$

та же самая ситуация выглядит следующим образом. Уравнение волнового фронта от источника O' имеет вид (1) независимо от того, двигается источник или нет, поэтому при $x_0 = y_0 = 0$ импульсы, испущенные движущимся источником в моменты $t_0 = 0$ и $t_0 = \Delta t$ (по часам O), распространяются в системе xOy по закону

$$x^2 + y^2 = t^2, \text{ соответственно } (x - v\Delta t)^2 + y^2 = (t - \Delta t)^2,$$

откуда моменты прихода в точку наблюдения $H(0, h)$:

$$t_1 = h \quad \text{и} \quad t_2 = \Delta t + (h^2 + v^2\Delta t^2)^{1/2} = h + \Delta t + o(\Delta t),$$

следовательно, $t_2 - t_1 = \Delta t + o(\Delta t) \approx \Delta t$.

Но за время Δt, прошедшее в системе xOy по ее часам, часы O', скрепленные с движущимся источником, отсчитают промежуток $\Delta t' = \lambda\Delta t$, и поскольку именно он (а не Δt) определяет длину волны света, испускаемого источником O' в процессе движения (соответствующий цвет можно зарегистрировать и без всяких часов, например с помощью цветной фотобумаги, прикрепленной к O'), то отношение длин волн теперь

$$\frac{t_2 - t_1}{\Delta t'} = \frac{\Delta t + o(\Delta t)}{\lambda\Delta t} \approx \frac{1}{\lambda},$$

а отношение частот

$$\nu_{пр}/\nu_{исп} = \lambda = (1 - v^2)^{1/2} = 1 - \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{8}v^4 + \ldots$$

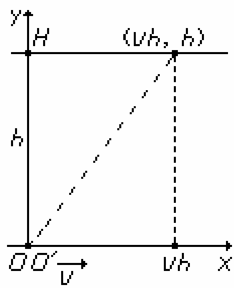
Итак, при $v^2 << 1$, пренебрегая слагаемыми порядка v^4 и выше, имеем

$$\frac{\nu_{пр}}{\nu_{исп}} = \begin{cases} 1 - v^2 & \text{в классической физике,} \\ 1 - 0{,}5v^2 & \text{в традиционной СТО,} \end{cases}$$

т.е. теория относительности лишь уточняет количественную характеристику поперечного эффекта Допплера (притом даже в сторону уменьшения), но не открывает его заново. Заметим, что вследствие удаления источника *O′* от наблюдателя *H* принятая волна не строго синусоидальна и расстояние между горбами постепенно растет, так что приведенное здесь значение $\nu_{пр}/\nu_{исп}$ уменьшается, усугубляя со временем “эффект покраснения”; можно сказать также, что к чисто поперечному эффекту Допплера все больше и больше примешивается продольный. Если же источник *O′* двигается не по прямой, а по окружности с центром *H*, то “классический” поперечный эффект полностью отсутствует, а “релятивистский” в точности (т.е. уже без пренебрежения бесконечно малыми высшего порядка) обусловлен только лоренцовым сокращением времени.

Пятно на потолке

Предположим, что неподвижный источник $O(0, 0)$ в момент $t = 0$ испускает световой импульс, а “потолок” $y = h > 0$ оклеен фотобумагой. Вся она рано или поздно окажется засвеченной, но по распределению интенсивности ее потемнения можно определить место первого касания волнового фронта с потолком – “самую темную точку”; и классик, и релятивист согласятся, что это будет $H(0, h)$.



Сложнее обстоит дело в случае, когда импульс испускается в прежней мировой точке, но источником *O′*, движущимся по оси абсцисс со скоростью v $(0 < v < 1)$. Классик легко найдет с помощью уравнения (2) момент касания $t = h$ и его точку (vh, h) – и сразу же окажется объективно неправ: ведь тогда сигнал должен был бы преодолеть расстояние $h(1 + v^2)^{1/2}$ за время h, т.е. быстрее света! Но и релятивист, считающийся с этим и вооруженный пока только традиционной СТО, попадет в затруднительное положение.

С одной стороны, если принять источник O' (снабженный своими часами) за начало отсчета движущейся системы $x'O'y'$, ось абсцисс которой скользит по Ox, то, согласно принципу относительности, картина распространения импульса от O' в этой системе должна быть точно такой же, как и от O в своей системе xOy, т.е. уравнение волнового фронта в момент t' по часам O' будет иметь вид

$$x'^2 + y'^2 = t'^2, \tag{4'}$$

и касание с потолком $y' = y = h$ произойдет в момент $t' = h$ в точке $H'(0,\ h)$. Пространственно-временны́е координаты того же события в системе xOy (по ее часам O) в силу преобразований Лоренца (если из (3) выразить $t,\ x,\ y$ через $t',\ x',\ y'$):

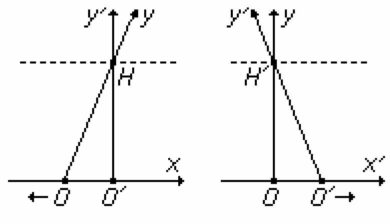
$$t' = \frac{h + v\cdot 0}{\lambda} = \frac{h}{\lambda},\quad x' = \frac{0 + vh}{\lambda} = \frac{vh}{\lambda},\quad y' = h,$$

т.е. точка касания $H'(vh/\lambda,\ h)$ хоть и не совпадает с “классической”, но тоже находится правее H, что вполне естественно: пока в движущейся системе импульс из O' дойдет до потолка, сама система успеет сместиться вправо; к тому же свет теперь преодолевает расстояние $[(vh/\lambda)^2 + h^2]^{1/2} = h/\lambda$ за время h/λ, т.е. с единичной скоростью.

Но, с другой стороны, подставляя в (4′) выражения t', x' и y' из (3), получим уравнение волнового фронта в системе xOy (в момент t по часам O):

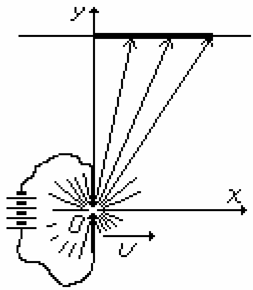
$$x^2 + y^2 = t^2, \tag{4}$$

и точка касания с потолком будет $H(0,\ h)$. Так где же *на самом деле* произойдет касание и в какой из точек H, H' возникнет “пятно” – пункт наибольшего потемнения фотобумаги?



Красивый выход из положения мог бы состоять в том, что H и H' на самом деле *одна и та же точка*, т.е. ось Oy согласно измерениям из O', как и ось $O'y'$ согласно измерениям из O, не перпендикулярна оси абсцисс. Но выводы, основанные на преобразованиях Лоренца, в данном случае отвергают эту априорную возможность: “моментальный снимок” оси $O'y'$, имеющей в своей системе уравнение $x' = 0$, в системе xOy (в момент t по ее часам) будет $x - vt = 0$, т.е. эта ось не только по “убеждению” своей системы, но и с “точки зрения” неподвижной строго вертикальна. (Аналогичный “снимок” оси Oy в системе $x'O'y'$ в момент t' по ее часам будет $x' + vt' = 0$.)

Не спасает положения и попытка заменить два события – вспышки двух источников – единым электрическим разрядом между неподвижным и движущимся электродами: неизвестно, какой скоростью (от 0 до v) обладала “частица искры” в момент испускания ею светового импульса; при наличии же многих точечных источников с разными скоростями пункты касания соответствующих фронтов с потолком не локализованы в одной точке, а разбросаны по отрезку.

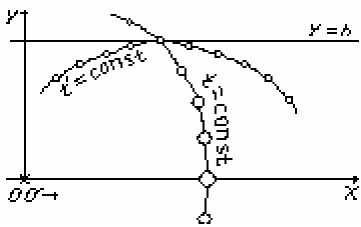


Впрочем, если интересоваться только потемнением фотобумаги, а не геометрическим касанием окружности с прямой, то на вопрос о фактическом местоположении пятна традиционная СТО, как мы сейчас покажем, отвечает однозначно.

В каждый момент t' освещенность плоскости $x'O'y'$ источником O' имеет в точках окружности (4′) одну и ту же величину (которая с ростом t' убывает пропорционально t'^2). В плоскости же xOy точки одинаковой освещенности тем же источником расположены не на окружности (4) (ибо одному и тому же значению t' соответствуют разные значения t), а на эллипсе

$$(\lambda x - vt')^2 + y^2 = t'^2, \qquad (5)$$

уравнение которого получается из (4′), если по формулам (3)



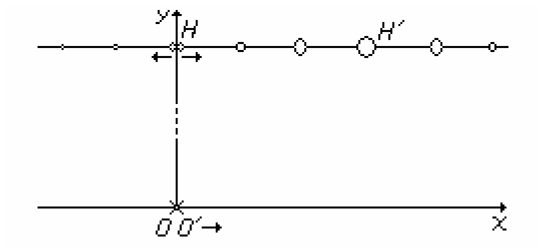
преобразовать только координаты, но не время. На каждой же окружности (4) освещенность меняется от точки к точке.

Чтобы найти пункт наибольшей освещенности потолка источником O', продифференцируем (5), считая t' постоянным, а y – функцией от x:

$$2(\lambda x - vt')\lambda + 2y\frac{dy}{dx} = 0;$$

в искомой точке должно быть $y = h$ и $\dfrac{dy}{dx} = 0$, т.е. $x = \dfrac{vt'}{\lambda}$ и $t' = h$, откуда $x = vh/\lambda$. Таким образом, в найденной ранее точке $H'(vh/\lambda,\ h)$ хоть и не происходит касания волнового фронта с потолком, но освещенность последнего источником O' достигает максимума, значит, пятно на фотобумаге возникнет именно там[13].

Теперь легко представить себе и всю картину освещения потолка движущимся источником. В первые моменты после вспышки O' потолок остается темным, затем на нем в точке H "прямо над головой O'' появляется блик, который тотчас же раздваивается; левая "половина" движется влево с убывающей яркостью, а правая – вправо[14], причем яркость ее сначала растет, достигая максимума в точке H', после чего убывает.



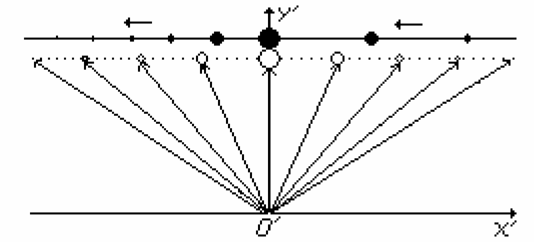
Но всё это рассуждение *ad hoc* относится к освещенности и не имеет общего характера, поскольку в принципе фотобумага – не единственное средство фиксации первого соприкосновения

---

[13] В другой форме это "эффект прожектора" – см. [ТУ], задача 22 на стр.24. Можно было бы привлечь сюда и аберрацию, но ее наглядное объяснение при традиционном изложении СТО представляет собой "гибрид релятивистского подхода с классическим" (см., например, [КНР], стр. 314).

[14] вначале даже быстрее света, что вполне допустимо, ибо ни сам блик, ни его "половины" не являются материальными телами.

волнового фронта с потолком: если представить себе, что источник O' стоит на месте, а движется потолок, то "прямо над головой O' ", как в случае неподвижного потолка, будет касание, а то обстоятельство, что потолок не покоится, может нарушить лишь симметрию распределения степени потемнения фотобумаги, но не сам факт касания.

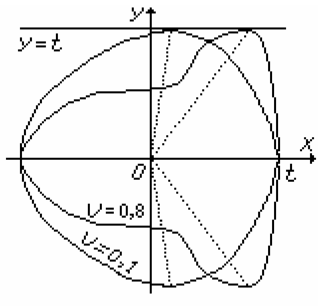


Преобразование времени и координат

Выводы предыдущего раздела поневоле вызывают сомнение в правильности системы равенств (3).

Почти рефлекторно возникает желание как-то изменить соотношение $y' = y$. Правдоподобные, но недостаточно четкие соображения в [Зык1] привели к равенству $y'/t' = y/t$, в результате чего уравнение волнового фронта в системе xOy приняло вместо (4) вид

$$(t - vx)^2 y^2 = \lambda^2 t^2 (t^2 - y^2) \qquad (4")$$



и недоразумение с пятном на потолке было ликвидировано. Однако в силу этого уравнения при $v > 0$ сигнал из точки O о вспышке там источника O' дойдет до некоторых точек плоскости xOy быстрее света! Другие попытки пересмотра равенства $y' = y$ тоже ни к чему не привели, и это не случайно, поскольку его нарушение противоречит принципу относительности: если бы измерения одной и той же "фактической протяженности от пола до потолка" часами O' в системе $x'O'y'$ давали разные результаты, смотря по тому, покоится вся система или равномерно движется, то это означало бы, что состояние ее движения (инерциального) можно обнаружить внутренними средствами.

Соображения не только научные, но и эстетические толкают на пересмотр соотношения $x' = (x - vt)/\lambda$ **:** ведь из-за него не состоялся “красивый выход из положения”! Равенство написано в предположении, что абсцисса точки M плоскости преобразуется независимо от ординаты точно так же, как если бы на оси Ox находилась сама M, а не ее проекция M_x. В неевклидовом случае это заведомо не так, поэтому и при гипотезе евклидовости световой метрики надо обратить внимание на этот момент. Заодно следует персмотреть и соотношение $t' = (t - vx)/\lambda$, поскольку оно содержит абсциссу точки M.

Гипотеза о “чисто линейном” характере зависимости t', x' и y' от t, x и y в общем виде неверна хотя бы уже потому, что тогда ввиду симметрии должно быть по крайней мере

$$t' = at + bx + c|y|, \quad x' = dt + ex + f|y|;$$

но, как мы покажем, даже такая “ломано-линейная” зависимость (где a, b, c, d, e, f – функции только от v) не может иметь места. Справедливость преобразования (3) в одномерном случае (см. главу I) позволяет сразу же найти коэффициенты a, b, d и e, так что предполагаемую зависимость можно записать в виде

$$t' = \frac{t - vx}{\lambda} + c|y|, \quad x' = \frac{x - vt}{\lambda} + f|y|, \quad y' = y. \tag{6}$$

В точке H' касания волнового фронта с потолком должно быть

$$t' = h > 0, \quad x' = 0, \quad y' = y = h, \tag{7}$$

и из (6) получаем

$$t - vx = \lambda(1 - c)h, \quad x - vt = -\lambda fh,$$

откуда пространственно-временны́е координаты касания фронта с потолком в системе xOy:

$$t = \frac{(1 - c) - vf}{\lambda}\cdot h, \quad x = \frac{v(1 - c) - f}{\lambda}\cdot h, \quad y = h. \tag{8}$$

Преобразование же уравнения (4’) по формулам (6) приводит к уравнению

$$x^2 + \frac{2}{\lambda}(cv + f)x|y| - \frac{2}{\lambda}(c + vf)t|y| + (1 - c^2 + f^2)y^2 = t^2$$

волнового фронта в системе xOy в момент t по ее часам. Если считать здесь t постоянным, а $y > 0$ – функцией от x, то дифференцирование даст

$$2x + \frac{2}{\lambda}(cv + f)y + \frac{2}{\lambda}(cv + f)x\frac{dy}{dx} - \frac{2}{\lambda}(c + vf)t\frac{dy}{dx} + 2(1 - c^2 + f^2)y\frac{dy}{dx} = 0,$$

и так как в точке касания фронта с потолком должно быть, кроме (7), также $dy/dx = 0$, то, благодаря (8),

$$2\frac{v(1 - c) - f}{\lambda}h + \frac{2}{\lambda}(cv + f)\,h = 0,$$

откуда $v = 0$, т.е. при преобразованиях вида (6) конфликт с пятном на потолке ликвидируется только в тривиальном случае, когда источник O' неподвижен.

Итоги и перспективы

Итак, за пределами одномерного пространства система функций, связывающих пространственно-временны́е координаты одной и той же мировой точки в двух различных инерциальных системах отсчета, не может в общем случае быть линейной. Поэтому всякое “доказательство” линейности, чьему бы перу (от корифея до копировщика) оно ни принадлежало, как правило содержит хотя бы одну принципиально неустранимую ошибку. Весьма представительный ряд примеров из литературы приведен в [Зык1], а те немногочисленные выводы, в которых не видно элементарных логических или математических нелепостей, исходят (явно или неявно) из предположения о евклидовости световой метрики (см. следующую главу).

В свете всего сказанного (включая главу I) представляется целесообразным в ближайшем будущем, не подвергая больше сомнению результаты традиционной СТО для одномерного случая, всерьез заняться ее уточнением и исправлением применительно к плоскости и пространству. Не следует превращать преобразования Лоренца в икону, но даже если окажется, что при изучении “пятна на потолке” и первого касания волнового фронта с потолком нами допущена какая-то не слишком очевидная ошибка, и на самом деле формулы (3) верны, то всё равно не потеряет своей актуальности задача добросовестного пересмотра методики изложения СТО, с тем чтобы недоразумения, возникающие просто и естественно, разрешались не слишком сложно.

Говоря “всё надо подвергать сомнению”, Р.Декарт, конечно же, не имел в виду “отвергать без сомнения”. В реферате работы [М] сказано: «С помощью независимой от от какой-либо теории пространства-времени методики определения цены канала время-амплитудного преобразователя, примененной к времяпролётному эксперименту 1976 года по измерению скорости движения элементарных частиц, доказано, что частицы высоких энергий движутся со сверхсветовой скоростью <…>, а астрономические наблюдения (цефеиды, новые и сверхновые звезды, светящиеся дуги, объект SS-433, красное смещение спектров далеких звезд, “реликтовое излучение”) подтверждают ее существование в природе».

Уровень современной техники уже позволяет надеяться на экспериментальную проверку поперечного и “кругового” эффекта Допплера, формулы (4″) и результатов, относящихся к “пятну на потолке”, а впоследствии и общих формул (3), как в традиционном виде, так и после надлежащих уточнений. При этом в числовые результаты астрономических наблюдений надо вносить поправки, поскольку излучающий объект движется не обязательно вдоль луча наблюдения. Например, сигнал о вспышке сверхновой звезды нельзя отождествлять с локационным сигналом, отраженным от того виртуального элемента, который неподвижен относительно наблюдателя, но “случайно” оказался совмещенным со звездой в момент ее вспышки.

.

.

.

.

.

Глава III: ЕВКЛИДОВО ПРОСТРАНСТВО

Введение

Сама идея, что при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой временна́я координата преобразуется не отдельно от пространственных, а вместе с ними, не требует обязательной линейности преобразований. Правда, благодаря ей инвариант Минковского приобретает (в декартовых координатах) особенно простую форму

$$\Delta s^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2,$$

но это не может быть решающим доводом: если наблюдения и измерения ведутся из элементарной лаборатории, то с физической (а особенно астрономической) точки зрения более естественно пользоваться сферическими (в плоскости – полярными) координатами, в которых, однако, пространственно-временно́й интервал между двумя мировыми точками выражается сложнее, а сохраняющие его преобразования уж никак не линейны.

Среди ненадежных (мягко говоря) положений, нередко используемых для оправдания линейности преобразований (при евклидовой метрике расстояний), мы рассмотрим следующие два.

I. Как утверждается , например, в книге В.А.Фока [Ф, стр. 33] и Берклеевском курсе физики [КНР, стр. 343], в силу принципа относительности уравнение волнового фронта от источника O', испустившего мгновенный световой импульс в точке $O(0, 0, 0)$ в момент $t = 0$, имеет вид

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$$

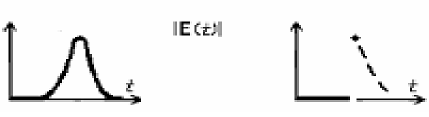
(в дальнейшем мы считаем $c = 1$) независимо от того, был ли источник закреплен в O или находился в состоянии равномерного прямолинейного движения, «иначе на основании формы волнового фронта мы могли бы установить, что источник движется». Эта банальная путаница не дотягивает даже до логической ошибки! Ведь согласно принципу относительности, в движущейся системе (t', x', y', z') процесс распространения фронта от источника O', закрепленного в ее начале координат, должен быть таким же, как и в неподвижной системе (t, x, y, z) от источника O в ее начале. Но ни Галилею, ни Эйнштейну и не снился “принцип”, согласно которому неразличимы процессы распространения фронтов от двух *разных* источников в *одной и той же* системе отсчета: ведь мы видим, идет мимо нас человек с фонарем или стоит на месте! Следующее математическое рассуждение у В.А.Фока и А.А.Логунова [Лг] лишь маскирует это заблуждение (здесь кавычки не означают дословного цитирования).

«Уравнение волнового фронта можно найти из дифференциального уравнения вида

$$(\bullet\bullet\bullet)\,\frac{\partial \mathrm{E}}{\partial t} = \bullet\bullet\bullet\,, \qquad (1)$$

полученного из уравнений Максвелла (инвариантных относительно преобразований Лоренца). Поскольку впереди фронта ничего нет (E = 0), решение E = E(t) уравнения (1) должно терпеть разрыв в каждой точке (x, y, z), принадлежащей фронту[15]; поэтому ($\bullet\bullet\bullet$) = 0, что в расшифрованном виде представляет собой уравнение в частных производных первого порядка, решение которого и дает уравнение фронта».

Но на самом деле решение уравнения (1) непрерывно, разрыв же возникает потом, как результат идеализации полученной функции E(t). Когда вы покупаете в магазине готовое платье и затем дома подгоняете его под свою фигуру, это ведь не означает, что вы перестраиваете швейную фабрику, изготовившую платье!



первоначально идеализировано

[15] Речь может идти о разрывности не самой функции E(t), а ее производных; но это в принципе не меняет сути дела.

II. Утверждается (в [Ф], [КНР] и др.)., что преобразование

$$\begin{aligned} t &= t(t', x', y', z'),\\ x &= x(t', x', y', z'),\\ y &= y(t', x', y', z'),\\ z &= z(t', x', y', z'), \end{aligned}$$

при котором $t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2$, должно быть линейным. Но это не так уже в одномерном случае ($y = y' = z = z' = 0$). В столь общем виде это очевидно: если

$$t' = ½\left[(t + x)h + \frac{t - x}{h}\right], \quad x' = ½\left[(t + x)h - \frac{t - x}{h}\right], \quad (2)$$

где $h = h(t, x)$ – произвольная функция, нигде не обращающаяся в нуль, то $t'^2 - x'^2 = t^2 - x^2$. Но надо помнить об ограничениях, накладываемых на функции t' и x' их физическим содержанием, в частности, зависимостью их также от скорости v. Поэтому если

$$t' = f(v;\ t,\ x), \quad x' = g(v;\ t,\ x),$$

то эта пара уравнений должна быть однозначно разрешима относительно t и x, причем, ввиду равноправия систем Ox и $O'x'$ (но с учетом декартова правила знаков),

$$t = f(-v;\ t',\ x'), \quad x = g(-v;\ t',\ x');$$

кроме того,

$$f(0;\ t,\ x) = t \quad \text{и} \quad g(0;\ t,\ x) = x,$$

а для соблюдения размерности в (2) функция $h = h(v, t, x)$ должна быть однородной нулевой степени. Все эти условия выполнены, например, для функции

$$h = \begin{cases} (1 + tx/(t^2 + x^2))^v & \text{при} \quad t^2 + x^2 \neq 0,\\ 1 \quad \text{при} \quad t = x = 0. \end{cases}$$ [16]

[16] Хотя h в этой точке разрывна, f и g непрерывны всюду. Пример предложил Ги Аларкон (Guy Alarcon, Paris 1997).

Список псевдодоказательств линейности в [Зык1] можно было бы продолжать, а к разбору ситуации с пятном на потолке (глава II) добавить и другие примеры, подтверждающие, что за пределами одномерного пространства никакое из этих псевдологических рассуждений в принципе не может быть исправлено. Но есть и одно общее требование, которому традиционные преобразования Лоренца не удовлетворяют.

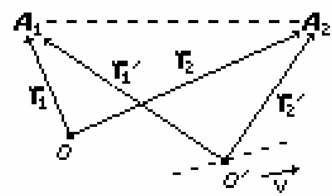
Пусть *A* – лаборатория в инерциальном состоянии, содержащая часы с радиолокационным прибором и окруженная прозрачной сферой, на которую нанесена координатная сетка. Наблюдая из *A* объект *M*, равномерно удаляющийся в постоянном направлении (т.е. с неизменными угловыми координатами), и измеряя его расстояния от центра *A* в различные моменты времени (по часам *A*), можно вычислить скорость $\mathbf{u}$ этого объета относительно системы отсчета *A* в ее сферических координатах. Вектор $\mathbf{u}$, очевидно, не зависит от того, следит ли кто-нибудь еще за поведением *A* и *M* из своей лаборатории *O*.

Инерциальный наблюдатель *O* может установить законы движения *A* и *M* в своей системе отсчета и путем вычислений определить вектор $\mathbf{u}$ по релятивистскому правилу сложения (и вычитания) скоростей; то же самое может проделать и другой инерциальный наблюдатель *O*′, и в результате должен получиться тот же вектор $\mathbf{u}' = \mathbf{u}$: ведь если оба они правильно вычислили величину скорости *M* относительно *A* и ту точку координатной сферы, которую получил (и собственноручно записал в свой дневник) наблюдатель *A*, то “двух мнений” быть не может. В [Ф, §16] доказывается, что $|\mathbf{u}'| = |\mathbf{u}|$, но вопрос о том, равны ли сами векторы скорости, а не только их модули, там даже не ставится.

Как будет показано в следующем разделе, если найти $\mathbf{u}$ и $\mathbf{u}'$ с помощью традиционных формул, то получится только $|\mathbf{u}'| = |\mathbf{u}|$, но не $\mathbf{u}' = \mathbf{u}$, что с объективно-материалистической точки зрения просто нелепо. Однородность и изотропность физического пространства означают не отсутствие вообще какой-то протяженности и ориентации тела, а лишь невозможность выразить эти атрибуты при помощи длин и углов по отношению к “самому пространству”, без предварительной фиксации других тел. Пускай идеалист считает слова “протяженность” и “ориентация” бессмысленными, пока не указана система отсчета (“наблюдатель”), но признавать первое, отвергая в то же время второе, – это уж, извините, явная эклектика. По крайней мере о двух соприкасающихся сосисках имеет смысл говорить, одинаково они ориентированы или образуют ненулевой угол, независимо от выбора системы отсчета.

Традиционные преобразования интервалов и скоростей

Пусть $\Delta t = t_2 - t_1$ и $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ – временно́й и пространственный интервалы между мировыми точками $\mathbf{A}_1(t_1, \mathrm{r}_1)$ и $\mathbf{A}_2(t_2, \mathrm{r}_2)$, измеренные из “неподвижной” лаборатории O, а $\Delta t'$ и $\Delta\mathbf{r}'$ – аналогичные величины по измерениям часами O', движущимися относительно O с постоянной скоростью $\mathbf{v}$.[17]



Вывод (в традиционной СТО) формул

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \mathbf{v}\cdot\Delta\mathbf{r}}{\lambda}, \quad \Delta\mathbf{r}' = \frac{\Delta\mathbf{r} - \mathbf{v}\Delta t}{\lambda} + \frac{\mathbf{v}\times(\mathbf{v}\times\Delta\mathbf{r})}{\lambda(1+\lambda)}, \qquad (3)$$

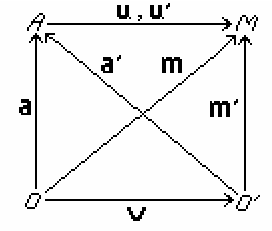
$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \mathbf{v}\cdot\Delta\mathbf{r}'}{\lambda}, \quad \Delta\mathbf{r} = \frac{\Delta\mathbf{r}' + \mathbf{v}\Delta t'}{\lambda} + \frac{\mathbf{v}\times(\mathbf{v}\times\Delta\mathbf{r}')}{\lambda(1+\lambda)} \qquad (3')$$

проводится без предположения о линейном характере зависимости $\Delta t'$ и $\Delta\mathbf{r}'$ от Δt и $\Delta\mathbf{r}$ (и даже о том, что вектор $\Delta\mathbf{r}'$ компланарен с $\Delta\mathbf{r}$ и $\mathbf{v}$ – это получается само собой), причем преобразозования Лоренца используются только в одномерных

[17] На рисунке оба векторных интервала $\Delta\mathbf{r}$ и $\Delta\mathbf{r}'$ изображены одним и тем же отрезком $\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2$ лишь потому, что рисунок не отражает разницы во времени по часам O и O'; в действительности, конечно, $\Delta\mathbf{r} \neq \Delta\mathbf{r}'$.

подпространствах[18]. Ошибок там нет, но существенно присутствует молчаливое предположение о том, что световая метрика евклидова. Покажем, что зависимости (3), линейность которых не согласуется с выводами главы II, не обеспечивают даже равенства $\mathbf{u}' = \mathbf{u}$.

Скорость лаборатории A, инерциально переместившейся из $\mathbf{A}_1$ в $\mathbf{A}_2$, есть $\mathbf{a} = \Delta\mathbf{r}/\Delta t$ согласно измерениям из O, и $\mathbf{a}' = \Delta\mathbf{r}'/\Delta t'$ по измерениям из O'. Составим диаграмму относительных скоростей четверки лабораторий O, O', A и M, где, например, стрелка со значком $\mathbf{v}$, идущая из O в O', означает не сам вектор скорости, а то, что через $\mathbf{v}$ обозначена скорость $\mathbf{v}_O(O')$ лаборатории O' относительно O; $\mathbf{u}$ и $\mathbf{u}'$ означают не саму скорость $\mathbf{v}_A(M)$, а результаты ее вычислений в лабораториях O и O'.



Из (3) выводим

$$\mathbf{a}' = \frac{\Delta\mathbf{r}'}{\Delta t'} = \frac{\mathbf{a} - \mathbf{v}}{1 - \mathbf{va}} + \frac{\mathbf{v} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{a})}{(1+\lambda)(1 - \mathbf{va})}; \tag{4}$$

аналогично

$$\mathbf{m}' = \frac{\mathbf{m} - \mathbf{v}}{1 - \mathbf{vm}} + \frac{\mathbf{v} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{m})}{(1+\lambda)(1 - \mathbf{vm})}. \tag{4′}$$

Эти формулы получены рассмотрением трехэлементных поддиаграмм, которые остаются в результате удаления из исходной четырехэлементной соответственно M и A; удаления же O' и O дают еще две формулы:

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{m} - \mathbf{a}}{1 - \mathbf{am}} + \frac{\mathbf{a} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{m})}{(1+\lambda_{\mathbf{m}})(1 - \mathbf{am})} \quad (\lambda_{\mathbf{m}} = \sqrt{1 - \mathbf{m}^2}) \tag{5}$$

и

---

[18] Два разных вывода формул (3) см. в [Ф] и [П], а чисто математический вывод (3′) из (3) и доказательство инвариантности

$$\Delta t'^{\,2} - \Delta\mathbf{r}'^{\,2} = \Delta t^{\,2} - \Delta\mathbf{r}^{\,2}$$

интервала Минковского – простое упражнение по векторной алгебре.

$$\mathbf{u}' = \frac{\mathbf{m}' - \mathbf{a}'}{1 - \mathbf{a}'\mathbf{m}'} + \frac{\mathbf{a}' \times (\mathbf{a}' \times \mathbf{m}')}{(1 + \lambda_{\mathbf{m}'})(1 - \mathbf{a}'\mathbf{m}')} \quad (\lambda_{\mathbf{m}'} = \sqrt{1 - \mathbf{m}'^2}). \quad (5')$$

В силу требования “беспристрастности” оба результата должны совпадать: $\mathbf{u} = \mathbf{u}' = \mathbf{v}_A(M)$. Однако замена в (5’) векторов $\mathbf{a}'$ и $\mathbf{m}'$ их выражениями (4) и (4′) и сравнение полученного результата с (5) приводит к выводу, что вообще $\mathbf{u}' \neq \mathbf{u}$, а всегда выполнено лишь равенство $\mathbf{u}'^2 = \mathbf{u}^2$, т.е. $|\mathbf{u}'| = |\mathbf{u}|$; выкладки опускаем, так как они дают для $\mathbf{u}'$ плохо обозримое выражение, из которого едва ли можно усмотреть “слабое место” в формулах традиционной СТО.

Заключение

Таким образом, не отказываясь ни от одной из посылок

1) *принцип относительности Галилея – Ньютона – Эйнштейна – Пуанкаре*,
2) *справедливость традиционной СТО в одномерном случае*,
3) *независимость относительной скорости* $\mathbf{v}_A(M)$ *от стороннего наблюдателя*

и учитывая оперирование с физическими векторами по законам евклидовой геометрии, мы можем сделать пока единственный вывод: ***гипотеза евклидовости световой метрики***, временно принятая в начале II главы, ***неверна***. В рамках СТО, т.е. при отсутствии полей тяготения, этот вывод не тривиален. Проиллюстрируем наглядно, как появляется противоречие и как оно снимается при отказе от евклидовости.

В одномерном случае (3) и (3′) превращаются в формулы преобразований Лоренца традиционной СТО

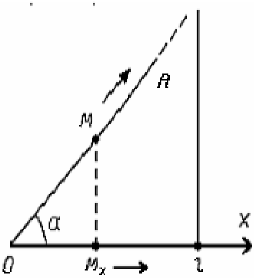
$$\Delta t' = \frac{\Delta t - v\Delta x}{\lambda}, \quad \Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\lambda}, \quad \Delta t = \frac{\Delta t' + v\Delta x'}{\lambda}, \quad \Delta x = \frac{\Delta x' + v\Delta t'}{\lambda},$$

к которым для случаев плоскости и пространства добавляют равенства $\Delta y' = \Delta y$ и $\Delta z' = \Delta z$, предполагая (без нарушения общности), что вектор скорости $\mathbf{v}$ направлен по оси абсцисс. Добавочные равенства сами по себе верны (иначе можно было бы в системе $(t', \mathbf{r}')$ внутренними средствами узнать, движется она относительно $(t, \mathbf{r})$ или нет), но неправомерно считать, что прежние выражения для $\Delta t'$ и $\Delta x'$ остаются при этом в силе – так, как будто на оси абсцисс по-прежнему находится сама точка M, а не ее проекция M_x.

Пусть угол $\alpha < \pi/2$, а точка M равномерно движется по лучу от O. В евклидовой кинематике проекция M_x этой точки на ось Ox тоже движется равномерно и может быть принята за систему отсчета, но применение к M_x формул

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - v\Delta x}{\lambda}, \quad \Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\lambda}, \quad \Delta y' = \Delta y,$$

как мы уже видели, приводит к нелепости. Однако в неевклидовом случае движение точки M_x по оси абсцисс не является равномерным, и из-за неинерциальности неправомерно рассматривать M_x как систему отсчета. Это очевидно, например, в геометрии Лобачевского, если $\alpha = \Pi(l)$ – угол параллельности для стрелки l: проекция M_x точки M никогда не достигнет l, поэтому движение "системы отсчета" M_x должно "в среднем" быть замедленным.



Красивый и полезный четырехмерный мир Эйнштейна–Минковского можно освободить от логических противоречий[19], видимо, только заменив его трехмерное евклидово сечение неевклидовым пространством. Независимо от типа геометрии последнего и от конкретного числового выражения метрики, мы можем утверждать, что в ситуации, рассмотренной выше, точка касания волнового фронта с "потолком" $y = h$ должна иметь абсциссу $x = vh/2\lambda$, поскольку точка-то одна, а не две, в то время как движения O и O' по отношению друг к другу симметричны. Было бы интересно проверить справедливость

[19] Речь идет о физическом мире, а не чисто математической псевдоевклидовой четырехмерной геомтрии, внутренне непротиворечивой.

этого утверждения непосредственно на опыте. Единственная техническая трудность – нахождение такой управляемой “черепахи”, которая бы, двигаясь с субсветовой скоростью, испустила импульс в нужный момент. Для регистрации же первого касания волнового фронта с “потолком” можно заранее разместить на нем неподвижных наблюдателей и синхронизировать их часы друг с другом. Сам “потолок”, очевидно, – не прямая линия, а эквидистанта.

Теперь ясно, что один из возможных подходов к строгому обоснованию СТО опирается на неевклидову кинематику. Другой подход, более абстрактный, состоит в том, чтобы упорядоченным парам точечных событий (фактически происшедших или потенциально возможных) относить в качестве “интервалов между соответствующими мировыми точками” *квалы* – элементы некоторой алгебры (см. [Зык3]). Действия над квалами должны отвечать реальным соотношениям между парами событий без предположения о наличии наблюдателя, и лишь конкретные количественные оценки квалов могут зависеть от способа измерений, т.е. от выбора системы отсчета.

Сам я, не будучи специалистом ни по неевклидовой механике, ни по общей алгебре и находясь уже в преклонном возрасте, едва ли смогу существенно продвинуться хотя бы в одном из этих двух направлений и надеюсь передать эстафету более молодым коллегам.

Alltäglich trinke ich Tanakan
Dreimal je ein Spitzentopf.
Dadurch entsteht neuer Schaffensplan
In meinem sklerotischen Kopf.

Aber lauft unerbittlich die Lebenszeit,
Ans Härchen hängt dieser Plan.
Zu stützen ihn gibt’s Notwendigkeit,
Und die Jugend das machen kann!

ДОБАВЛЕНИЕ 1

Выдержки из депонированной статьи [Зык1] и некоторых цитируемых источников.

Серьезные противоречия (не только “парадоксы”) обнаруживаются в СТО не впервые, но надо прежде всего считаться с тем, что многие ее выводы блестяще подтверждаются на практике. Уже одно это говорит о несостоятельности предложения автора работы [Д] (содержащей, помимо ошибок, также отдельные правильные критические замечания и интересные, хотя и спорные, конструктивные мысли): «Очистить все учебные программы <…> от химеры, именуемой “теорией относительности Эйнштейна” <…>. Высшей Аттестационной Комиссии <…> выявить в протоколах своих заседаний за последние 20–30 лет все “научные работы”, связанные с “релятивизацией” физики, и объявить такие работы несостоятельными, а их защиту недействительной». Ведь если быть последовательным, аналогично надо поступить и с работами по классической механике (самого Ньютона, а также Эйлера, Даламбера, Лагранжа и др. спасет, видимо, лишь то, что их труды опубликованы значительно раньше, чем в “последние 20–30 лет”), ибо все они опираются на совсем уж “химерическое” допущение о возможности мгновенной передачи физических воздействий (в том числе тяготения и сигналов) на любые расстояния, и на классический закон сложения скоростей, столь же классически опровергнутый опытом Майкельсона–Морли и многими более поздними экспериментами.

Но не следует впадать и в другую крайность – обожествление величайшего открытия, подменяющее критическое осмысление слепой верой в непогрешимость. Никакая физическая или математическая модель не может изображать действительность “абсолютно точно”, а по придирчивой логической оценке нередко и противоречит ей. Аксиомы евклидовой геометрии – не “абсолютные истины”, а лишь условия, которым должны удовлетворять реальные объекты, играющие роль точек, прямых и плоскостей в конкретной ситуации, чтобы теоремы, логически выведенные из аксиом, в этой ситуации тоже соответствовали действительности. Измеряя земельные участки, египтянин мог пренебречь размерами колышков, толщиной и провисанием веревки, а грек не стал упрекать египтянина в этой “химере” и предпочел выразить условие, которое тот интуитивно предъявлял к своим измерительным инструментам, в виде постулата: требуется, чтобы через две различные точки можно было провести единственную прямую. Как требование, Евклид сформулировал и аксиому (постулат) о параллельных. С появлением же геометрий Лобачевского и Римана мало у кого осталось желание утверждать, что именно геометрия Евклида (или, скажем, Лобачевского) “есть истинная геометрия реального пространства” (уже сам Николай Иванович высказывал мысль о том, что разные силы природы – космического масштаба или в сфере молекулярных притяжений – могут подчиняться законам разных геометрий). Тем более удивительно в конце XX века читать, что «теория относительности – это отнюдь не принцип относительности и постулат о постоянстве скорости света» [Лг, стр. 3], что Г.Минковский «открыл нам истинную геометрию пространства–времени, а именно – псевдоевклидову геометрию» [Лг, стр. 35–36], а «лица, как правило, неглубоко разбирающиеся, думают, что это математическая интерпретация теории относительности. Нет, это и есть ее содержание» [Лг, стр. 19].

На самом же деле псевдоевклидова метрика открывает возможность аксиоматического подхода к проблеме согласования эталонов в разных системах отсчета: неважно, как именно на практике измеряют расстояние и промежуток времени между одной и той же парой событий – существенно лишь такое соответствие их инструментов и действий, чтобы четырехмерный интервал между этими событиями принимал у всех наблюдателей одинаковое числовое значение. Но абстрагирование от способов измерения не означает их отсутствие: тогда вся стройная пространственно-временна́я геометрия Минковского (такая же внутренне непротиворечивая, как и чисто пространственная геометрия Евклида) не имела бы никакого отношения к практике.

Прежде чем искать причину противоречий, имеет смысл высказать соображения о том, как не надо это делать. Выявление возможных небанальных ошибок в нашей работе уже было бы интересно и полезно, а вот всем тем, кто, даже не ознакомившись как следует с работой, спешит обвинить автора в неграмотности и при этом сам допускает грубые ошибки, не только примитивно логические, но и физические, мы подобно бабелевскому персонажу рекомендуем “бросить этих глупостей” и опровержением их заниматься не будем: не тот уровень! Но примеры пренебрежения в серьезных курсах логикой привести не мешает.

В [Л] на стр.194 сформулированы два постулата СТО – принцип относительности Эйнштейна и принцип существования предельной скорости распространения взаимодействий, а на стр.197 говорится об их “тесной связи” и приводятся туманные рассуждения, похожие на попытку вывести один постулат из другого. На той же стр.197 читаем: «требование линейности формул преобразования <координат и времени> связано с однородностью пространства, в котором не существует каких-либо точек, выделенных по своим свойствам». То есть вместо четких логических категорий необходимости, достаточности, следствия и т. д. фигурирует связь (для пущей важности “тесная”), которую можно понимать как угодно. А в [Ф, стр.34] уже не туманно отождествляются прямое и обратное утверждения (т.е. $A \Rightarrow B$ и $B \Rightarrow A$): «движение новой инерциальной системы относительно старой является прямолинейным и равномерным. Это заключение представляет, по существу, лишь иную формулировку принципа относительности, согласно которому система отсчета, движущаяся относительно данной инерциальной системы прямолинейно и равномерно, сама является инерциальной».

Услышать подобное от политиков неудивительно; но физикам, занимающимся исследованием объективных законов природы, не мешало бы больше уважать формальную логику, законы которой тоже выражают (в наиболее общем виде) некоторые отношения реального мира, именно структурно-логические (как арифметика – количественные), а не являются лишь тавтологиями, полезными разве что для придания одним и тем же мыслям и фактам более точной формулировки (хотя, конечно, и это важно). Покойные Демокрит и Аристотель хорошо это знали.

Как видно из работ В.Фогта, Х.А.Лоренца, Дж.Лармора, А.Пуанкаре и Г.Минковского (см. [ПО]), никто из них даже не ставил вопроса о возможности нелинейной зависимости пространственно-временных координат: физики, обнаружив интересующие их преобразования среди линейных, ни к каким другим уже не обращались, а математикам, воспитанным на классической алгебре, сама мысль о какой-то нелинейной замене переменных в квадратичной форме показалась бы кощунственной. На необходимость доказательства линейности, видимо, первым обратил внимание А.Эйнштейн. Но в основополагающей работе “К электродинамике движущихся тел” 1905 года (см. [ПО]) он лишь декларирует, что линейность является следствием однородности пространства и времени, а 11 лет спустя в дополнении к статье “О специальной и общей теории относительности” (см. [Э]) заключает о линейности на основании элементарной логической ошибки – смешении прямой теоремы с обратной: «Пространственно-временные точки (события), удовлетворяющие уравнению $x - ct = 0$, должны удовлетворять также уравнению $x' - ct' = 0$. Это, очевидно, будет иметь место, если вообще выполняется соотношение $x' - ct' = \lambda(x - ct)$, где λ – некоторая постоянная. В самом деле, обращение в нуль выражения $x - ct$ означает обращение в нуль и $x' - ct'$». Одним словом, из того, что некоторая функция $f(x)$ обладает свойством $f(0) = 0$, делается вывод: $f(x) = kx$ («в самом деле, обращение в 0 выражения x означает обращение в нуль и kx». Невероятно, но факт!

Последующие апологеты и популяризаторы, стремясь во что бы то ни стало убедить читателя в обязательной линейности преобразований Лоренца, либо просто перефразировывают (иногда в “смягченном” виде) декларации и ошибки корифеев:

«Все точки пространства и времени должны быть эквивалентны с точки зрения преобразования. Поэтому уравнения преобразования должны быть линейными» [Бер, стр. 55],

«В одной и той же точке пространства обращаются в нуль величины x' и $x - vt$, поэтому естественно предположить, что x' и $x - vt$ для любых моментов времени отличаются друг от друга лишь постоянным множителем» [ФТ, стр.122] (см. также приведенную выше цитату из [Л]),

либо добавляют к ним столь же грубые свои:

«Обе величины $\mathrm{d}s^2$ и $\mathrm{d}s'^2$ – бесконечно малые одного порядка и поэтому должны быть пропорциональны друг другу»[20] [У, стр. 57] – заимствовано дословно из [ЛЛ, стр. 130],

«Пока мы потребовали только, чтобы формулы преобразования были линейны, потому что событие, описываемое в одной системе отсчета, должно преобразовываться в одно событие, наблюдаемое в другой системе. (Если бы формулы преобразований давались квадратичными соотношениями, то, обращая эти формулы, мы получили бы два решения, что означало бы, что одно событие в одной системе интерпретируется как два события во второй системе – невозможная ситуация)» – своеобразный рекорд трех авторов [АКГ, стр. 46], опирающихся в трех строках “нестрогого рассуждения” (по робкой оценке редакторов перевода) на три ошибочных посылки![21]

«Нужное преобразование должно быть линейным относительно x и t, потому что мы хотим получить уравнение сферической поверхности, расширяющейся с постоянной

---

20 Отсюда благодаря первому замечательному пределу следовало бы, что синус угла равен самому углу (в радианной мере); зачем же тогда таблицы тригонометрических функций?

21 (1) «если формулы не линейны, то они квадратичны»; (2) «обращение квадратичного соотношения обязательно дает два решения»; (3) «если преобразование взаимно однозначно, то оно линейно».

скоростью. Бесполезно испытывать для этого функции $x' = (xt)^{1/2}$, $x' = \sin x$ или им подобные <…>. Испытаем сначала преобразование такого вида:

$$x' = x - Vt, \quad y' = y, \quad z' = z; \quad t' = t + fx, \qquad (*)$$

где f – постоянная, значение которой надо определить» Однако после “сначала” не следует “далее”: получив желаемое преобразование Лоренца, авторы ничего другого, кроме (*), уже не испытывают.

В ряде популярных изложений правильно выявляется, что если несколько событий происходят подряд через равные промежутки времени Δt по часам одного инерциального наблюдателя, то по часам другого, движущегося относительно первого прямоли-нейно и равномерно, сооветствующие промежутки $\Delta t'$ отличны от Δt (весьма наглядно это проиллюстрировано в [Ш]). Но везде молчаливо предполагается, что все $\Delta t'$ тоже одинаковы. При изложении “метода k-коэффициента” равносильное допущение о постоянстве k в равенстве $\Delta t' = k\Delta t$ также замалчивается у [Б], а в [У, стр.100] декларируется следующим образом: «Исходя из основных свойств пространства и времени – их однородности и изотропности, – можно считать, что коэффициент k не зависит ни от положения приемника и источника, ни от времени посылки и приема сигнала, ни от направления посылки сигнала <…>. Конечно, коэффициент не зависит и от промежутка времени между посылкой сигналов. Он может зависеть только от относительной скорости наблюдателей A и A'. Действительно, опыт учит, что изменение частоты света при допплер-эффекте зависит только от скорости относительного движения». Слов много, а ведь однородности и изотропности пространства–времени не противоречит и такая, например, картина, когда значение k для сигнала, испущенного из A, в течение хода сигнала возрастает одинаково во всех направлениях, причем закон возрастания (во времени по часам A) один и тот же при любом положении источника: ведь значение k в точке A' для сигнала, пришедшего туда из A, не обязательно такое же, как для сигнала, испущенного в самой A'.

Не отличающийся краткостью вывод преобразований

Лоренца в [Бо, стр.227–231] был бы корректен, не опирайся он на рассмотрение “той же самой линейки”, покоящейся один раз в неподвижной системе отсчета, а другой раз – в движущейся (см. стр.6 у нас). Об ошибках “дологического” характера мы уже говорили в начале **III** главы (стр. 37–39).

И в заключение:

«Я надеюсь, автор понимает, что пользоваться “методом аналитической геометрии прямых на плоскости” и предполагать, что разность $\varphi_v(t+\Delta t)-\varphi_v(t)$ не зависит от t – значит предполагать однородность и даже евклидовость пространства и времени» (из отзыва к.ф.-м.н. Ю.В.Штанова от 10.07.96). Не надейтесь**:** автор не понимает, так как, рассматривая *одномерный* случай, пользуется евклидовой геометрией только для графического изображения закона движения точки по оси.

«Считаю необходимым акцентировать внимание на том, что на данный момент не существует ни одного эксперимента, результаты которого вступали бы в противоречие с СТО, и с точки зрения современной физики СТО является полностью завершенной физической теорией, она подтверждается многочисленными экспериментами» (из отзыва от 17.02.98 на статью А.А.Зыкова, отклоненную редакцией Украинского Физического Журнала). Как можно рецензенту и редакции в такой степени отставать от жизни?!

Einst führte ich nach Barbierie
Relativitätstheorie.
Da war der Meister logikfrei …
Nicht Barbierie. Nur Barbarei.

ДОБАВЛЕНИЕ 2

РОЛЬ ПОСТОЯННОЙ ЛОБАЧЕВСКОГО В СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ *)

Как известно [1], в геометрии Лобачевского функция $\Pi(x)$, выражающая зависимость угла параллельности от длины стрелки, находится из уравнения

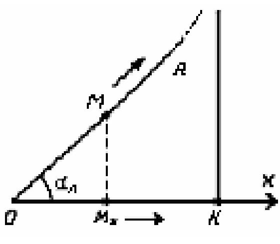
$$\operatorname{tg}\frac{\Pi(x)}{2} = e^{-\frac{x}{k}} \qquad (1)$$

с точностью до выбора вещественной положительной постоянной k, т.е. на самом деле существует не единственная такая геометрия, а континуальное семейство геометрий, зависящее от одного параметра; выбор его конкретного значения сопряжен с неясностями и неоправданными усложнениями, вплоть до введения еще одного параметра, с последующим непростым доказательством их равенства [1, раздел **VI** Приложения]. Наш подход к выбору числового значения параметра не содержит принципиально новых сведений о геометрии Лобачевского и ставит целью лишь упрощение изложения.

Допустим сначала, что какое-то конкретное значение k уже выбрано, и найдем из (1) угол параллельности $\Pi(k)$ для стрелки $x = k$:

$$\Pi(k) = 2\operatorname{arctg}(e^{-1}) \approx 0{,}705 \qquad (2)$$

в радианном выражении – это соответствует углу $\alpha_л \approx 40^\circ 24'$. Заметим, что в известном наглядном толковании параметра k [2, стр. 49] значение $\alpha = 45^\circ$ принимается, скорее всего, по “школьной любви” к углам 30°, 45°, 60° либо из соображений симметрии. Наш выбор кажется более оправданным, хотя, конечно, и его можно оспаривать. Именно значение (2) мы считаем целесообразным называть ***постоянной Лобачевского***; ее физический смысл весьма нагляден.



Пусть точка M в плоскости xOy равномерно удаляется от O по лучу OA, составляющему с осью абсцисс угол $\alpha_л$. Ее ортогональная проекция M_x на ось движется по ней замедленно и стремится к такому предельному положению K, что $|OK| = k$. Независимо от выбора единицы измерения длин, отрезок OK имеет объективную физическую протяженность, и мы возьмем ее за эталон длины, т.е. положим $k = 1$. Он же будет и эталоном времени, если

---

*) ДОСДМ, №7 (ноябрь 2008), 33–34.

скорость света в вакууме принята за безразмерную единицу (т.е. любая скорость численно выражается в долях скорости света). Теперь время и расстояние тоже окажутся безразмерными величиинами, выражаемыми в долях эталонной протяженности, формула (1) упростится до

$$\operatorname{tg}\frac{\Pi(x)}{2}=e^{-x} \qquad (1')$$

и в соотношениях кинематики СТО будут фигурировать только “чисто математические” величины. Представляется вполне естественным, что геометрии Лобачевского подчинены метрики не только в пространстве скоростей (см. [3, конец §16] и [4, стр.41]), но и в пространстве времен–расстояний. Так, если вместо $\alpha_л$ взять любой острый угол α и обозначить $|OM|= s$, $|OM_x|= x$, то из (1’) по формулам гиперболической тригонометрии [1, стр.134] получим вместо привычного $x = s\cos\alpha$ соотношение

$$x=\frac{1}{2}\ln\frac{1+\operatorname{th}s\cdot\cos\alpha}{1-\operatorname{th}s\cdot\cos\alpha}\,.$$

Для выражения протяженности $|OK|$ в конкретных единицах (метрах, световых годах и т.п.) абстрактно-математический подход, разумеется, недостаточен, но непосредственное измерение, соответствующее нашему чертежу, технически вряд ли осуществимо, и нужны косвенные методы физических измерений.

Литература

1. *Лобачевский Н. И.* Геометрические исследования по теории параллельных линий. Изд-во АН СССР, М.-Л. 1945.

2. *Кутузов Б.В*. Геометрия Лобачевского и элементы оснований геометрии. М., Учпедгиз, 1950.

3. *Фок В. А*. Теория пространства, времени и тяготения. М., Физматгиз, 1961.

4. *Логунов А. А.* Лекции по теории относительности и гравитации. Современный анализ проблемы. М., Наука, 1987.

5. *Зыков А. А*. Об элементарных логических и математических ошибках и их последствиях в специальной теории относительности. //ДОСДМ, №2 (июль 2005), стр. 15-23.

6. *Зыков А. А.* Специальная теория относительности без эталонов длины. Одесса, Астропринт, 2003. 2006.
http://azykov.mylivepage.ru

ДОБАВЛЕНИЕ 3

РЕАЛЬНЫЕ ПРОТЯЖЕННОСТИ И ИЗМЕРЕННЫЕ ДЛЙНЫ В СПЕЦИЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ [*]

– Не понимаю, как это можно угнатьсамолет? Ведь он такой большой!

– Глупенькая! Самолет угоняют в небе, когда он маленький.

Из одесского юмора

Пусть в одномерном пространстве (т.е. на одной прямой) два идентичных жестких стержня *AB* и *A'B'* поначалу совмещены ($A = A'$ & $B = B'$), находясь в состоянии инерциальности и внутренней устойчи-вости, что позволяет считать их “одинаково протяженными”, независимо от того, измеряются ли их длины из каких-нибудь системы отсчета и в каких единицах эти длины численно выражаются. Затем с помощью внешних воздействий на стержень *A'B'* он удаляется от *AB* (например, “вправо”) на значительное расстояние и, наконец, приводится в равномерное относительно *AB* движение по

направлению к этому “неподвижному” стержню, так что в конце концов

вновь происходит их встреча. Ясно, что во время манипулирования с “подвижным” стержнем он мог утрачивать свою внутреннюю устойчи-вость, различные его точки испытывали разные (и неодновременные) ускорения и т. п., но мы предполагаем всю процедуру “допустимой”

в том смысле, что его естественное устойчивое состояние успевает полностью восстановиться до встречи с *AB*. Можно ли теперь, не тормозя стержень *A'B'*, убедиться “на ходу” в том, что его факти-ческая протяженность такая же, как и у *AB* ? Можно!

---

[*] ДОСДМ, №8 (июнь 2009), 23–26.

Для этого отправим из середины O “неподвижного” стержня в обе стороны одновременно два симметричных “одинаково быстрых” сигнала (не обязательно световых – это могут быть и черепахи) и рассмотрим четыре события**:**

$O \to A$ – *сигнал достиг начала* A,

$O \to B$ – *сигнал достиг конца* B,

$A' = A$ – *начала* A *и* A' *стержней совместились*,

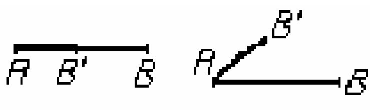
$B' = B$ – *концы* B *и* B' *стержней совместились*.

Если скорость сигналов и момент их отправки из O удается выбрать так, чтобы события $O \to A$ и $A' = A$ произошли в одной мировой точке и $O \to B$ с $B' = B$ – тоже в одной мировой точке (отличной от предыдущей), т.е., по терминологии [1], было истинным высказывание

$$\mathbf{S}(O \to A,\ A' = A)\ \&\ \mathbf{S}(O \to B,\ B' = B),$$

где **S** – бинарное отношение совмещенности (“события имеют место там же и тогда же”), то мы вправе считать оба стержня – “неподвижный” AB и “движущийся” $A'B'$ – одинаково протяженными.

Подчеркнем, что “длина” стержня, как числовой результат измерения “извне”, зависит не только от его “внутренних” параметров, но и от свойств системы отсчета (включая выбор эталона) и от их взаимного движения. К тому же, если процесс измерения основан на посылке и регистрации световых (или радиолокационных) сигналов, результат зависит также от характера геометрии, которой подчиняется электромагнитная метрика физического пространства. Однако вывод, что в отсутствии измерений стержень вообще не обладает никакой “объективной протяженностью”, т.е. не занимает никакого места в пространстве, мы считаем ошибочным как с философской, так и с физической точки зрения. Столь же неправомерно отрицать наличие у стержня какой бы то ни было ориентации до того, как путем измерений была определена его ори-ентировка относительно некоторой системы отсчета, – иначе, например, о двух стержнях AB и AB' вообще не имело бы смысла спрашивать, одинаковы или различны их направления в пространстве, независимо от наличия и выбора наблюдателя.



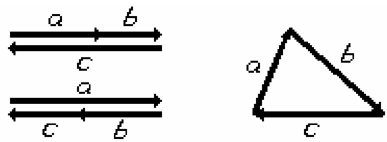
В традиционной СТО наличие у стержня “фактической ориентации” (как и осмысленность самого этого понятия) полностью отрицается, а “фактическая протяженность” фигурирует мимоходом как “собственная длина”, хотя и инвариантная относительно выбора инерциальной системы наблюдения (с последующим пересчетом численного результата измерений), но лишенная смысла при отсутствии такой системы. Мы же рассматриваем протяженность и ориентацию как атрибуты стержня, реально существующие до всяких измерений – иначе вопрос “а что именно измеряется?” (не температура же!) повиснет в воздухе.

О единственной мировой точке самой по себе и о происшедшем или потенциально возможном точечном событии в ней (см. [1]) с чисто геометрической и кинематической позиции вряд ли можно сказать что-либо нетривиальное, поэтому простейшими объектами нашего внимания являются упорядоченные пары **A**, **B** точечных событий и их мировых точек A, B. Под интервалом между A и B в простанственно-временно́м континууме (мире) понимается сама пара (A, B), коротко называемая квалом [2]; это не числовой результат каких-то измерений, а абстрактный алгебраический объект, соответствующий реальной ситуации.

Над квалами вводятся, поначалу чисто формально, операции сложения и умножения, относительно которых множество всевозможных квалов образует ассоциативное тело $\mathbf{Q} = (Q, +, \cdot)$. Элементы центра $T = T(\mathbf{Q})$ этого тела называются скаляроидами, а элементы, представимые в виде $pq - qp$ $(p, q \in Q)$, – вектороидами. При нескольких условиях, естественных для физических интерпретаций, тело $\mathbf{Q}$, как линейное пространство над своим полем T, обладает размерностью 4, причем всякий квал однозначно предстaви́м в виде суммы скаляроида и вектороида, т.е. является обобщенным кватернионом, и тогда само $\mathbf{Q}$ мы кратко называем квалгеброй. Если трактовать скаляроидную составляющую квала как временно́й интервал, а вектороидную – как пространственный, то жесткому стержню AB, протяженность которого не меняется со временем, естественно отнести элемент фактор-пространства $\mathbf{Q}/T(\mathbf{Q})$; последнее, однако, не является фактор-телом исходного, поскольку из двух первоначальных операций $+$ и $\cdot$ факторизуется только первая. Но если вместо $\cdot$ взять за основу вектороидное умножение $x \otimes y = xy - yx$ $(x, y \in Q)$, то при любых $t, t' \in T$ будет $(x + t) \otimes (y + t') = x \otimes y$,*) вследствие чего алгебраическая система $\mathbf{Q}/T(\mathbf{Q}) = (Q/T, +, \otimes)$ представляет собой лиево кольцо. Посредством факторизованных операций $+$ и $\otimes$ можно образовывать элементы этого кольца, представляющие жесткие конструкции, и алгебраически выражать протяженности и взаимные ориентации составляющих стержней, т. е. принципиальные схемы соответствующих реальных физических тел. За элементом фактор-множества Q/T, т.е. классом эквивалентности в Q, мы сохраняем наименование “квал” и обозначаем его прежней буквой, но теперь жирной. Любые элементы и соотношения в $\mathbf{Q}$, выразимые только с помощью операций $+$ и $\otimes$, характеризуют реальные образования и конструкции, не подвластные времени.

После самого́ стержня – элемента Q/T – простейшей “вечной” конструкцией является треугольник – тройка $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in Q/T$, удовлетворяющая условию $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} = 0$. Из этого соотношения следует, что

$$\boldsymbol{a} \otimes \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \otimes \boldsymbol{c} = \boldsymbol{c} \otimes \boldsymbol{a}, \qquad (*)$$



и если этот квал равен нулю, то треугольник ***abc*** естесвенно считать вырожденным, в противном случае – невырожденным.

Было бы интересно в дальнейшем исследовать как чисто алгебраический, так и физический смысл квала (*). Если же трактовать $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ как обычные геометрические векторы, а $\otimes$ – как векторное умножение $\times$, то из (*) в частности получаем $|\boldsymbol{a}|\,|\boldsymbol{b}| \sin \boldsymbol{a}\hat{\ }\boldsymbol{b} = |\boldsymbol{b}|\,|\boldsymbol{c}| \sin \boldsymbol{b}\hat{\ }\boldsymbol{c} = |\boldsymbol{c}|\,|\boldsymbol{f}| \sin \boldsymbol{c}\hat{\ }\boldsymbol{a}$, откуда следует теорема синусов

$$\frac{\sin b \wedge c}{|a|} = \frac{\sin c \wedge a}{|b|} = \frac{\sin a \wedge b}{|c|}$$

Литература

1. *Зыков А.А.* Специальная теория относительности без эталонов длины. – Одесса, Астропринт, 2006; сайт http://azykov.mylivepage.ru .

2. *Зыков А.А.* Центр и периферия ассоциативного тела. //ДОСДМ, №3 (Май 2006), стр. 12–19.

*) В данном случае достаточно того, что $(x + t) \otimes (y + t') - x \otimes y \in T$.

ЛИТЕРАТУРА

[АКГ] *Акоста В., Кован К., Грэм Б.* Основы современной физики. М: Просвещение, 1981.

[Б] *Бонди Г.* Относительность и здравый смысл. М.: Мир, 1967

[Бер] *Бергман П.Г.* Введение в теорию относительности. М.: ИЛ, 1947.

[Бо] *Борн М.* Эйештейновская теория относительности. М.: Мир, 1972.

[БС] *Бродский Я.С., Слипенко А.К.* Функциональные уравнения. Киев: Вища школа, 1983.

[Д] *Профессор М.И.Дуплищев*. ПРОСТРАНСТВО, МАТЕРИЯ, ДВИЖЕНИЕ, ВРЕМЯ и другие естественно-научные и философские Атрибуты Природы (основные начала). Рукописная книга: Днепропетровский университет, 1970.

[Зик] *Зиков Олександр*. Нові начала спеціальної теорії відносності. Київ: Ідея, 1993, №1, стр.110–129.

[Зык1] *Зыков А.А.* Новые начала специальной теории относительности. Рукопись, депонированная в УкрИНТЭИ 01.11.96, №95–Ук96.

[Зык2] *Зыков А.А.* Об элементарных логических и математических ошибках и их последствиях в специальной теории относительности. ДОСДМ, №2 (Июль 2005), 15–23. Сайт: www.uniyar.ac.ru, раздел “Новости”.

[Зык3] *Зыков А.А.* Центр и периферия ассоциативного тела. // ДОСДМ, №3 (Май 2006), 12–19.

[КНР] *КиттельЧ., Найт В., Рудерман М.* Механика //Берклеевский курс физики, том I. М.: Наука, 1983.

[Л] *Левич В.Г.* Курс теоретической физики, том I. М: Физматгиз, 1962.

[Лг] *Логунов А.А.* Лекции по теории относительности: современный анализ проблемы. М.: МГУ, 1984; Наука, 1987.

.

[ЛЛ] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Краткий курс теоретической физики, книга I: механика, электродинамика. М: Наука, 1969.

[М] *Мамаев А.В*. Новая теория пространства–времени, обобщающая специальную теорию относительности. Рукопись, депонированная в ВИНИТИ, 1990.

[П] *Pathria R.K.* The theory of relativity. Dehly: Hindu pbl., 1963; Pergamon Press, 1974.

[ПО] *Принцип относительности* (сборник оригинальных статей по СТО, составитель А.А.Тяпкин). М: Атомиздат, 1973.

[С] *Сазанов А.А*. Четырехмерный мир Минковского. М.: Наука, 1968.

[ТУ] *Тейлор Э., Уилер Дж.* Физика пространства–времени. М.: Наука, 1969.

[У] *Угаров В.А.* Специальная теория относительности. М.: Наука, 1977

[Ф] *Фок В.А*. Теория пространства, времени и тяготения. М.: Физматгиз, 1981.

[Фб] *Фейнберг Е.А.* Можно ли рассматривать релятивистское изменение масштабов длин и времени как результат действия некоторых сил? //Эйнштейновский сборник 1975–1976. М.: Наука, 1978.

[ФТ] *Фриш С.Э, Тиморева А.В.* Курс общей физики, том III. М: ГТТИ, 1957.

[Ш] *Шварц Дж.* Как это произошло? Иллюстрированный рассказ о том, как теория относительности устанавливает связи причин и следствий. М.: Мир, 1965.

[Э] *Эйнштейн А*. Физика и реальность (сборник статей). М.: Наука, 1965.

RÉSUMÉ. La linéarité de transformations des coordonnees spatio-temporelles d'une evenement au passage d'un référentiel inertial à l'autre dans le cas d'une dimension ne découle pas seulement de deux postulats d'Einstein et a besoin d'une hypothèse complémentaire, pour quel nous donnons trois formulations equivalentes. Mais en plan et en espace la linéarité de cettes transformations est incompatible avec la supposition d'euclidité de la metrique lumineux. La révélation des fautes dans l'exposition traditionelle de la relativité restreinte est considerablement simplifiée grâce au refuse d'étalons dûr de longueur. La vitesse de lumière (en vacuité) est pris pour l'unité indimensionalle, et toutes les mesures sont realisées au moyen des horloges et signals lumineux (ou radar); les distances sont exprimé aux unitées du temps. Le deux approches à la fondation de la relativité restreinte sont indiquées: en fondé à la cinématique non-euclidean et en utilisant la théorie pure algébrique des intervalles spatio-temporelles.

SUMMARY. Linearity of the space-time coordinates transformation by transition from one inertial frame of reference to another in one-dimensional case does not follow only from two Einstein's postulates and requires a complementary hypothese, for which three equivalent formulations are given. But in plane and in space the linearity is incompatible with the supposition of Euclidean character of the light metrics. The revealing of mistakes in traditional exposition of SRT is considerably simplified thanks to refusal of rigid length standards. The speed of light (in vacuum) is taken as an undimensional unity, and all measurements are realized by chronometer and light (or radar) signals; the distances are denoted tn the units of time. Two approaches to the rigorous foundation of SRT are outlined: one is based on the non-Euclidean kinematic, other utilies a pure algebraic theory of space-time intervals.

ZUSAMMENFASSUNG. Linearität von Umwandlungen der Raum-Zeitkoordinaten bei Übergang von eines Inerzialsystem zum anderen in eindimensionalen Fall folgt nicht nur aus zwei Postulaten von Einstein, aber bedürft einer ergänzenden Hypothesen, für die drei äquivalente Formulierungen gegeben sind. Doch in Ebene und in Raum ist das Linearität mit dem Voraussetzung über euklidischen Charakter von Lichtmetrik unvereinbar. Entdeckung von Fehlern in traditionelle Darlegung der SRT ist dank der Absage von harten Längeneichmaßen bedeutend vereinfacht. Die Lichtgeschwindigkeit (in Vakuum) ist als eine undimensionale Einheit gehalten, und alle Messungen sind sich nur mit der Uhr und den Licht- oder Radarsignalen verwirklicht. Die Abstände sind sich in Einheiten von Zeit ausdrückt. Zur stricke Begründung der SRT sind zwei Herantreten andeut: das erste ist an der nichteuklidische Kinematik beruht, das zweite benutzt die reine algebraische Theorie der Raum-Zeitintervalle.

.

.

.

ПІДСУМОК. Лінійність перетворень просторово-часових координат точкової події при переході від однієї інерціальної системи відліку до іншої в одновимірному випадку не випливає лише з двох постулатів Ейнштейна і потребує додаткової гіпотези, для якої надаються три еквівалентних формуліровки. У площині ж і у просторі припущення про лінійність цих перетворень несумісне з евклідівістю світової метрики. Виявлення помилок традиційного викладення СТВ значно полегшується завдяки відмові від "жорстких" еталонів довжини: швидкість світла (у вакуумі) прийнята за безрозмірну одиницю, усі вимірювання проводяться тільки за допомогою годинниеів і світових (або радіолокаційних) сигналів, а відстані подаються в одиницях часу. Намічено два підходи до строгого обгрунтування СТВ: на основі неевклідової кінематики і за допомогою абстрактно-алгебраїчної теорії просторово-часових інтервалів.

Наукове видання

ЗИКОВ Олександр Олександрович

СПЕЦІАЛЬНА ТЕОРІЯ ВІДНОСНОСТШ
БЕЗ ЕТАЛОНІВ ДОВЖИНИ

Російською мовою

Книга видана в авторській редакції

Зав. редакцією *Т.М.Забанова*
Технічний редактор *М.М.Бушин*

Пространственно-временные точки (события), удовлетворяющие уравнению $x - ct = 0$, должны удовлетворять также уравнению $x' - ct' = 0$. Это, очевидно, будет иметь место в том случае, если вообще выполняется соотношение $x' - ct' = \lambda(x - ct)$, где λ — постоянная. В самом деле, обращение в нуль выражения $x - ct$ означает обращение в нуль и $x' - ct'$...

Обе величины ds и ds' — бесконечно малые одного порядка и поэтому должны быть пропорциональны друг другу.

Все точки пространства и времени должны быть эквивалентны с точки зрения преобразования. Поэтому уравнения преобразования должны быть линейными.

Уравнение волнового фронта от источника O', испустившего световой импульс из точки O в момент $t_0 = 0$ (по часам O), имеет в системе Oxyz в момент t вид $x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$ независимо от состояния движения O' — иначе по форме фронта можно было бы узнать, движется источник или нет.

Движение новой инерциальной системы относительно старой является прямолинейным и равномерным. Это заключение представляеет, по существу, лишь иную формулировку принципа относительности, согласно которому система отсчета, движущаяся относительно данной системы прямолинейно и равномерно, сама является инерциальной.

Пока мы потребовали только, чтобы формулы преобразования были линейны, потому что событие, описываемое в одной системе отсчета, должно преобразовываться в одно событие, наблюдаемое во второй системе. (Если бы формулы преобразования давались квадратичными соотношениями, то, обращая эти формулы, мы получили бы два решения, что означало бы, что одно событие в одной системе отсчета интерпретируется как два события во второй системе — невозможная ситуация.)

Принцип существования предельной скорости распространения взаимодействий тесно связан с принципом относительности Эйнштейна. ... Требование линейности связано с однородностью пространства, ...

Я надеюсь, автор понимает, что ...

Услышать подобное от политиков неудивительно; но физикам, занимающимся исследованием объективных законов природы, не мешало бы больше уважать формальную логику, законы которой тоже выражают (в наиболее общем виде) некоторые отношения реального мира, именно структурно-логические (как арифметика – количественные), а не являются лишь тавтологиями, полезными разве что для придания одним и тем же мыслям и фактам более точной формулировки (хотя, конечно, и это важно). Покойные Демокрит и Аристотель хорошо это знали.